11 Bewegingsleer (kinematica)

Onderwerpen

- Plaatsdiagram
- Gemiddelde snelheid en snelheid uit plaats-tijd-diagram
- Snelheid op een bepaald tijdstip uit plaats-tijd-diagram
- Gemiddelde snelheid uit snelheid-tijd-diagram
- Afgelegde weg uit snelheid-tijd-diagram
- Versnelling uit snelheid-tijd-diagram

11.1 Plaats-tijd-diagram (*x-t-diagram*), gemiddelde snelheid en snelheid

Wat is de plaats van een voorwerp?

Definitie

De plaats van een voorwerp is de afstand tot een referentiepunt O.

symbool : x eenheid: m

Rechts of boven O is de afstand positief.

Links of onder O is de afstand negatief.

Wat is de verplaatsing van een voorwerp?

Definitie

De verplaatsing van een voorwerp is de verandering van x.

symbool : Δx eenheid: m

$$\Delta x = x_{eind} - x_{begin}$$

Verplaatsing naar rechts of naar boven is positief.

Verplaatsing naar links of naar beneden is negatief.

Voorbeeld

Als x = 10 op t = 2 s en x = 20 op t = 4 s dan $\Delta x = x_{eind} - x_{begin} = 20 - 10 = 10\,\text{m}$

Als x = 20 op t = 2 s en x = 10 op t = 4 s dan $\Delta x = x_{eind} - x_{begin} = 10 - 20 = -10\,\text{m}$

Wat is de gemiddelde snelheid van een voorwerp?

Definitie

De gemiddelde snelheid van een voorwerp is de gemiddelde verplaatsing per seconde.

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

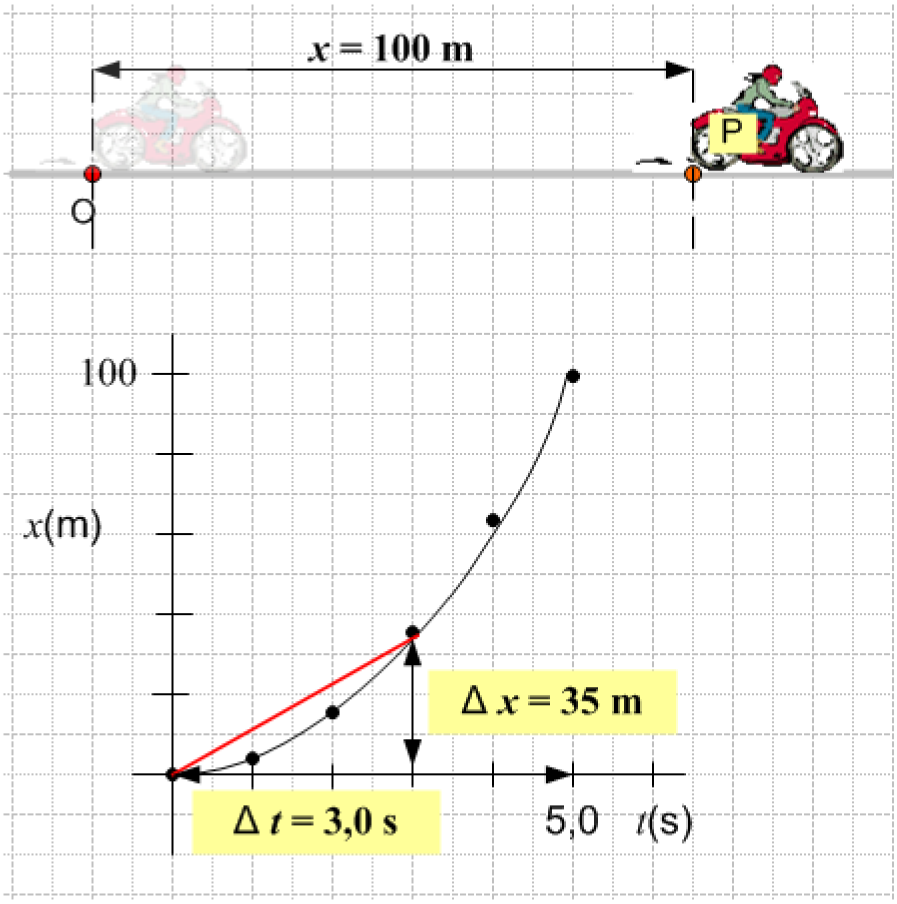
Als x = 10 m op t = 2 s en x = 20 m op t = 4 s dan $v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{eind} - x_{begin}}{4-2} = \frac{20\text{ m}}{2\text{ s}} = 5\,\text{m/s}$

Als x = 20 m op t = 2 s en x = 10 m op t = 4 s dan $v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_{eind} - x_{begin}}{4-2} = \frac{-10\text{ m}}{2\text{ s}} = -5\,\text{m/s}$

Een gemiddelde snelheid van -5 m/s betekent dat er een gemiddelde verplaatsing is van 5 meter naar links.
De gemiddelde snelheid kan ook berekend worden uit het plaats-tijd-diagram (*x*-*t*-diagram)

Voorbeeld

Een motor vertrekt in punt O en is na 5,00 seconden 100 m rechts van O.
In het *x*-*t*-diagram is voor enkele tijdstippen de afstand tot O uitgezet.
De tijd *t* wordt altijd horizontaal uitgezet
Bepaal de gemiddelde snelheid tussen t = 0 **s** en t = 3 **s** uit de ***x*-*t***-grafiek



x-t-diagram.

De gemiddelde snelheid tussen t = 0 s en t = 3 s

$$v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{35\text{ m}}{3{,}0\text{ s}} = 11{,}6\ \text{m/s} \quad afgerond: v_{gem} = 12\ \text{m/s}$$

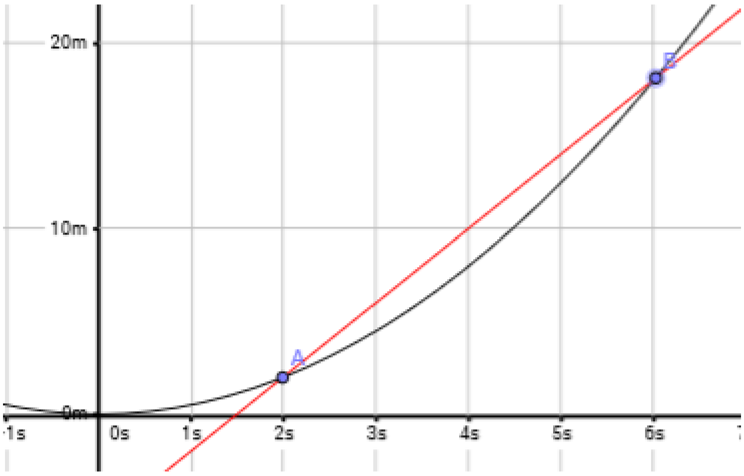
Opgave 11.1

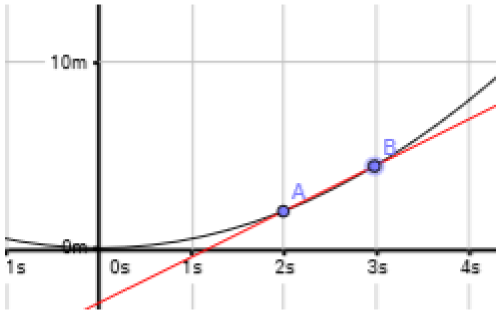
a) Bepaal de gemiddelde snelheid tussen t_1 = 3 en t_2 =5 s uit bovenstaande grafiek.
b) Bepaal de gemiddelde snelheid tussen t_1 = 0 en t_2 =2 s uit bovenstaande grafiek.

Definitie

De gemiddelde snelheid tussen t_1 en t_2 is gelijk aan de helling van de lijn die in het ***x*-*t*-**diagram door deze twee waardes van t loopt.

In de grafiek kun je zien dat de snelheid steeds toeneemt.
Als je de snelheid wil bepalen op een bepaald tijdstip, bijvoorbeeld op ***t*** = 2 s dan bepaal je eigenlijk de gemiddelde snelheid over een korte periode na 2 s.
De gemiddelde snelheid tussen 2,0 s en 2,1 s is al een aardige benadering.
Voorbeeld
Een versnelde beweging is vastgelegd in onderstaande grafiek.
De gemiddelde snelheid wordt bepaald door de helling van de rode lijn.
Het tijdstip van punt B wordt steeds dichter bij punt A (t = 2 s) gekozen.
Uiteindelijk valt B samen met A en is er sprake van de raaklijn in A.





De helling van de lijn door A en B is gelijk aan de gemiddelde snelheid tussen de tijdstippen van A en B.

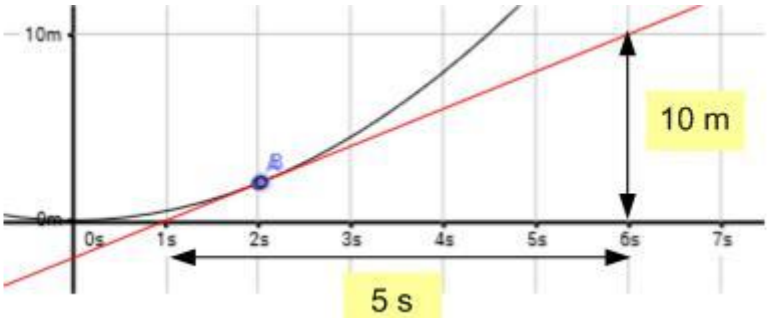
De beweging begint op t = 0 s en de snelheid neemt steeds toe.

Tussen t = 2 s en t = 6 s : $v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{18 - 2}{4} = 4{,}0 \ ^{\text{m}}\!/_{\text{s}}$

Tussen t = 2 s en t = 3 s : $v_{gem} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4{,}5 - 2}{1} = 2{,}5 \ ^{\text{m}}\!/_{\text{s}}$

e21

e22



De tijd tussen A en B is zeer kort (nadert tot 0). De helling van de raaklijn is de snelheid op t=2 s

$v(2) = \frac{10 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 2 \ ^{\text{m}}\!/_{\text{s}}$

Let op!

Het is onmogelijk **Δ*x*** en **Δ*t*** te bepalen als A en B samenvallen.
Je bepaalt de helling van de raaklijn door de overstaande en aanliggende zijde van de rechthoekige driehoek op te meten. Hoe groter de driehoek ,des te nauwkeuriger de meting.
Het is ook handig om, zoals in het voorbeeld, lijnstukken te kiezen met gehele getallen.

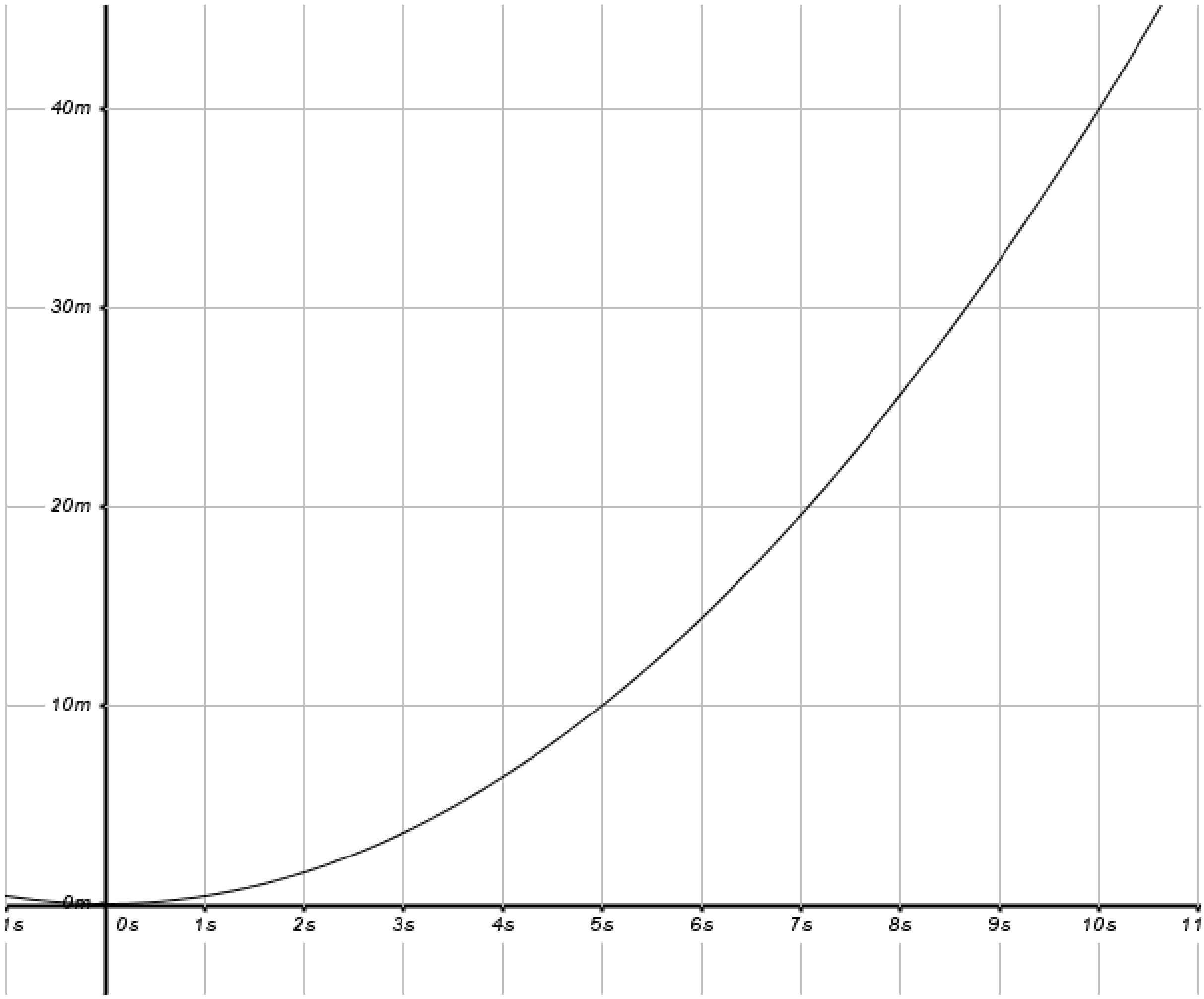
Opgave 11.2

In bijgaand ***x*-*t***-diagram is de beweging van een massa vastgelegd.

a) Bepaal de gemiddelde snelheid tussen ***t***= 3 en ***t*** = 8 s.

b) Bepaal de snelheid op ***t*** = 5 s

c) Bepaal de snelheid op ***t***= 7 s



Opgave 11.3

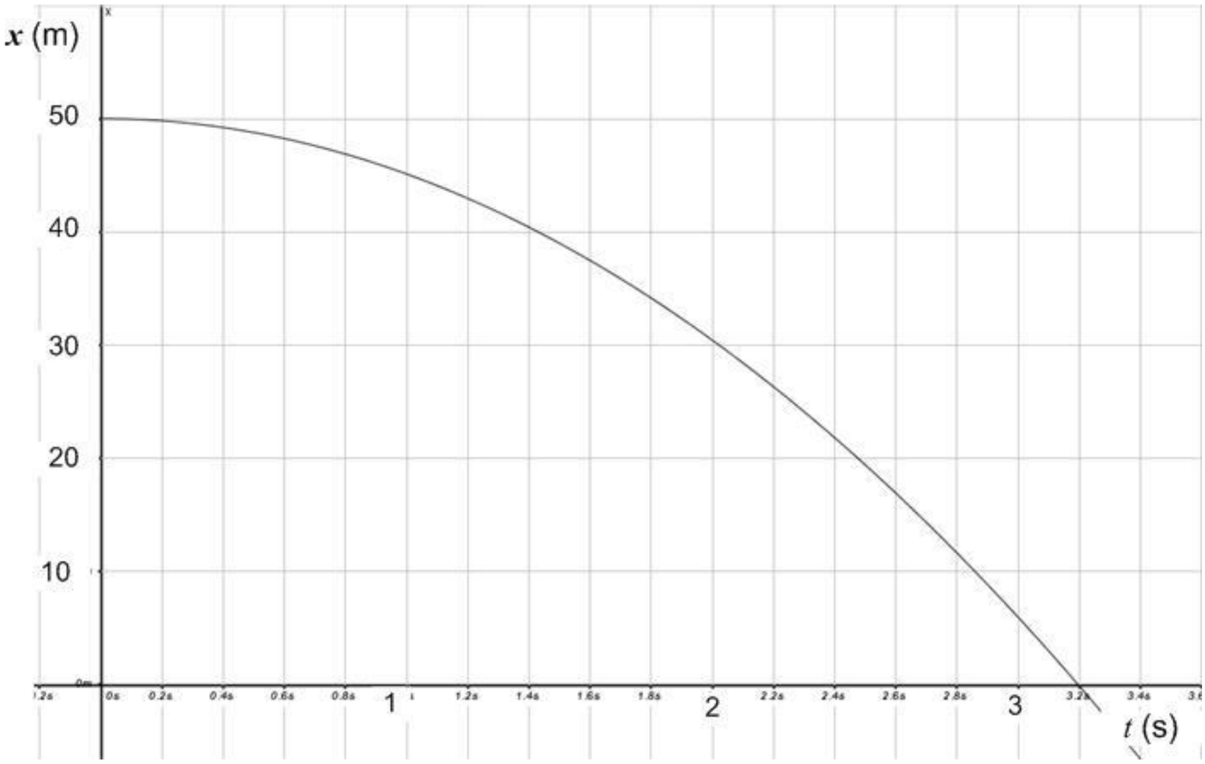
Een bal valt van een hoogte van 50 m naar beneden en is in 3,2 s op de grond.

In de grafiek kun je zien hoe de hoogte (x) verandert in de tijd.

a) Bepaalde gemiddelde snelheid tijdens het vallen.

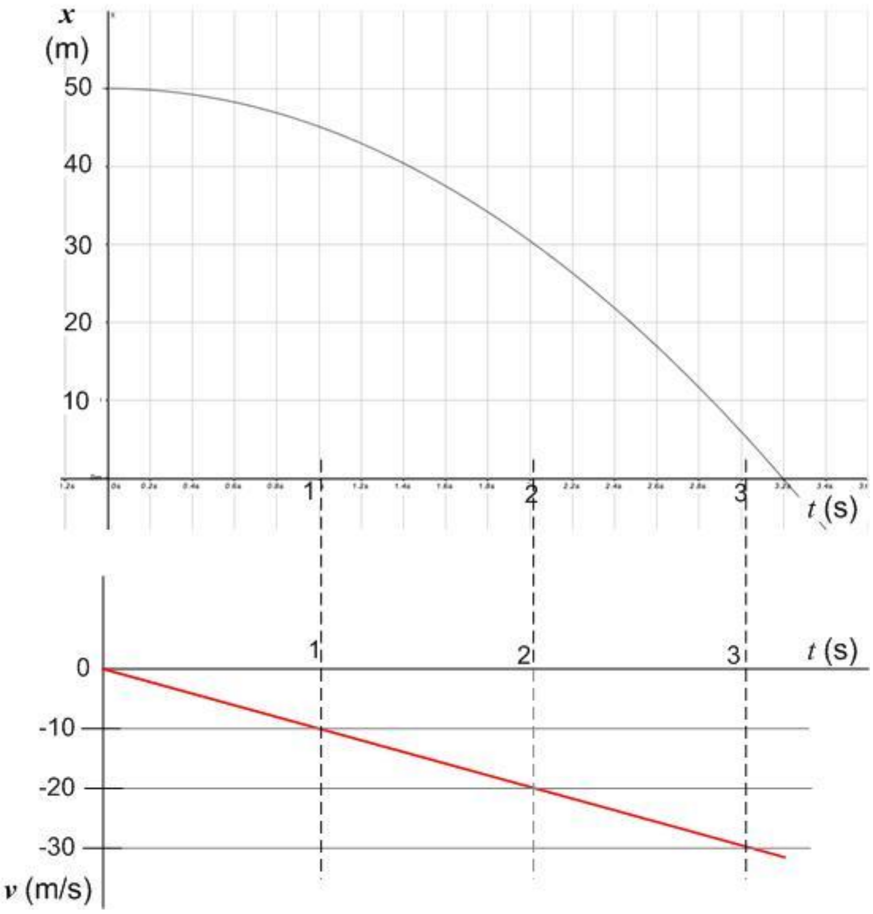
b) Bepaal de beginsnelheid $v(0)$.

c) Bepaal de snelheid waarmee de bal op de grond komt.



11.2 Snelheid-tijd-diagram (*v-t-diagram*), gemiddelde snelheid en versnelling

Het verloop van de snelheid kun je weergeven in een snelheid-tijd-diagram (***v-t***-diagram).
Voorbeeld
Een massa valt vanaf een hoogte van 50 m naar beneden.
In de afbeelding is ***x-t***-diagram en bijbehorend ***v-t***-diagram te zien.
x is hier de afstand tot de grond (O).



Bij een hoogte van 50 m is de snelheid 0 m/s. v(0)=0 m/s ; v(1) =- 10 m/s; v(2) = -20 m/s

In het begin is de snelheid 0 m/s. Bij het op de grond komen (***x*** = 0) is de snelheid -32 m/s. Hier is sprake van een beweging met een constante versnelling naar beneden. Het –teken geeft aan dat de snelheid naar beneden is gericht.

Na 1 s is de snelheid -10 m/s : $v(1) = -10\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{s}}$

Na 2 s is de snelheid -20 m/s: $v(2) = -20\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{s}}$

Als de snelheid constant in de tijd verandert mag je ook zeggen:

$$v_{gem} = \frac{v_{begin} + v_{eind}}{2} \rightarrow v_{gem}(tussen\ 0\ en\ 2\ s) = \frac{0-20}{2} = -10\,{}^{\mathrm{m}}\!/_{\mathrm{s}}$$

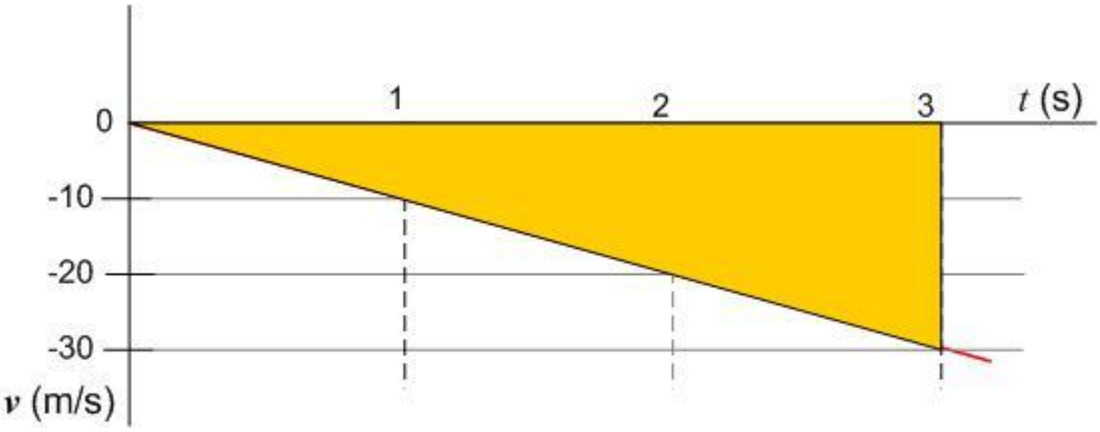
Voor de afgelegde weg geldt: $\Delta x = v_{gem} \cdot \Delta t \quad of \quad s = v_{gem} \cdot \Delta t$

In dit voorbeeld geldt dat $s(na\,2) = -10\,{}^{\mathrm{m}}\!/\!_{\mathrm{s}} \times 2\,\mathrm{s} = -20\,\mathrm{m}$

Na 2 seconden is de hoogte dus 50 m -20 m = 30 m (klopt met ***x*-*t***-diagram)

De afgelegde weg is dus ook het oppervlak tussen de ***t***-as en de ***v*-*t***-grafiek.
In onderstaande figuur is de oppervlakte gelijk aan de afgelegde weg na 3 s.

$$v_{gem} = \frac{0-30}{2} = -15\,{}^{\mathrm{m}}\!/\!_{\mathrm{s}}$$
$$s = v_{gem} \cdot t = -15\,{}^{\mathrm{m}}\!/\!_{\mathrm{s}} \cdot 3\,\mathrm{s} = -45\,\mathrm{m}$$



De oppervlakte tussen de t-as en de grafiek is gelijk aan de afgelegde weg.

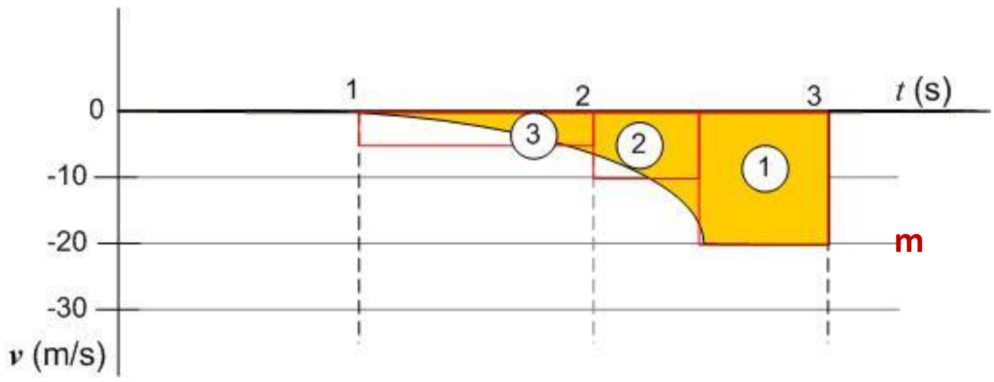
Wat te doen als de snelheid niet evenredig met de tijd verandert?

Je mag dan niet het gemiddelde snelheid berekenen met $v_{gem} = \frac{v_{begin} + v_{eind}}{2}$

Wel geldt altijd : afgelegde weg = oppervlakte onder v-t-diagram

Voorbeeld

Bepaal de afgelegde weg tussen 0 en 3 s.



De snelheidsverandering is niet evenredig met de tijd!

Je moet dus het gearceerde oppervlak bepalen.
In het grafiek zijn hulpfiguren getekend waarmee je het oppervlak kunt benaderen.
De totale oppervlakte= oppervlak 1 + oppervlak 2 + 0,5x oppervlak 3

$$opp\ 1 = 0{,}6\ \text{s} \times -20\ {}^{\text{m}}\!/_{\text{s}} = -12\ \text{m}$$

$$opp\ 2 = 0{,}4\ \text{s} \times -10\ {}^{\text{m}}\!/_{\text{s}} = -4\ \text{m}$$

$$opp\ 3 = 0{,}5 \times 1\ \text{s} \times -5\ {}^{\text{m}}\!/_{\text{s}} = -2{,}5\ \text{m}$$

$$s = totale\ opp = -18{,}5\ \text{m} \rightarrow \text{s} = -18\ \text{m}$$

Wat is de gemiddelde versnelling van een voorwerp?

Definitie

De <u>gemiddelde versnelling</u> van een voorwerp is de gemiddelde verandering van de snelheid per seconde.

$$a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Eenheid: $\dfrac{{}^{\text{m}}\!/_{\text{s}}}{\text{s}} = {}^{\text{m}}\!/_{\text{s}^2}$

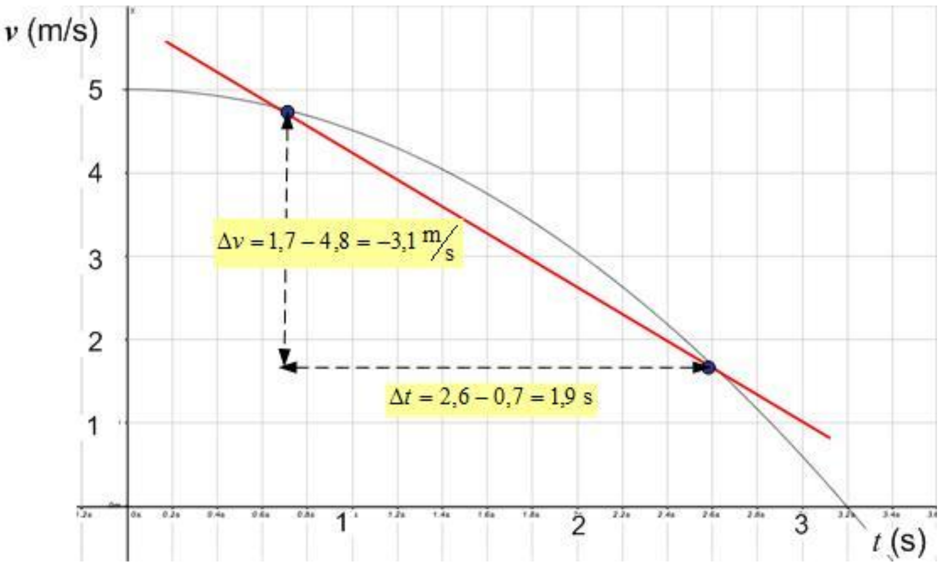
Als v = 5 m/s op t = 2 s en v = 7 m/s op t = 4 s dan $a_{gem} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_{eind} - v_{begin}}{4-2} = \dfrac{2\ {}^{m}\!/_{s}}{2\ \text{s}} = 1\ {}^{\text{m}}\!/_{\text{s}^2}$

Als v = 5 m/s op t = 2 s en v = 2 m/s op t = 4 s dan $a_{gem} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{v_{eind} - v_{begin}}{4-2} = \dfrac{-3\ {}^{m}\!/_{s}}{2\ \text{s}} = -1{,}5\ {}^{\text{m}}\!/_{\text{s}^2}$

Een gemiddelde snelheid van -1,5 m/s ^{2} betekent dat er een gemiddelde snelheidsverandering is van 1,5 m/s naar links. De snelheid neemt dus gemiddeld af met 1,5 m/s als de massa naar rechts gaat en neemt toe met 1,5 m/s als de massa naar links gaat.

Je kunt de gemiddelde versnelling ook bepalen uit het ***v-t***-diagram.
In het ***v-t***- diagram bepaal je dan Δ***v*** en Δ***t*** en de gemiddelde versnelling is gelijk aan de helling van de lijn door begin- en eindpunt.

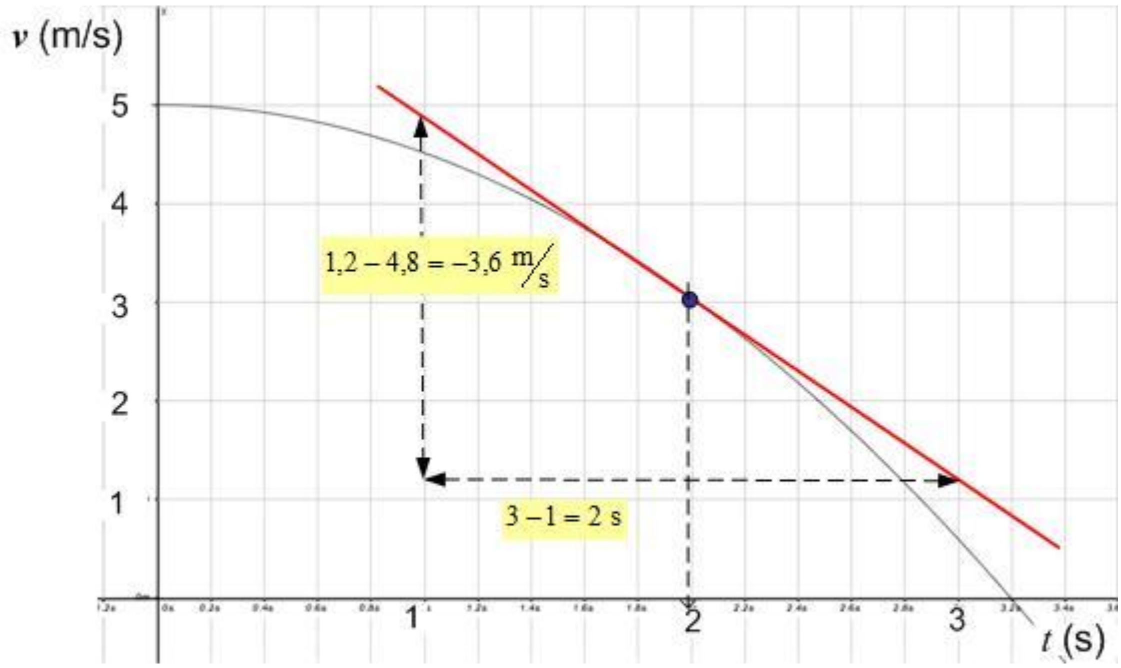
Voorbeeld



Bepaling gemiddelde versnelling in het v-t-diagram.

$$a_{gem} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{1{,}7\ ^{m}/_{s} - 4{,}8\ ^{m}/_{s}}{1{,}9\ s} = \frac{-3{,}1\ ^{m}/_{s}}{1{,}9\ s} = -1{,}6\ ^{m}/_{s^2}$$

De snelheid neemt gemiddeld 1,6 m/s ***toe*** naar links of 1,6 m/s ***af*** naar rechts.
Met de helling van de raaklijn in het v-t-diagram kun je niet zoals met de gemiddelde snelheid en snelheid de versnelling op een bepaald tijdstip bepalen.



Bepaling versnelling op t = 2 s in het v-t-diagram.

$$a(2) = \frac{-3{,}6\ ^{m}/_{s}}{2\ s} = -1{,}8\ ^{m}/_{s^2}$$

Let op!

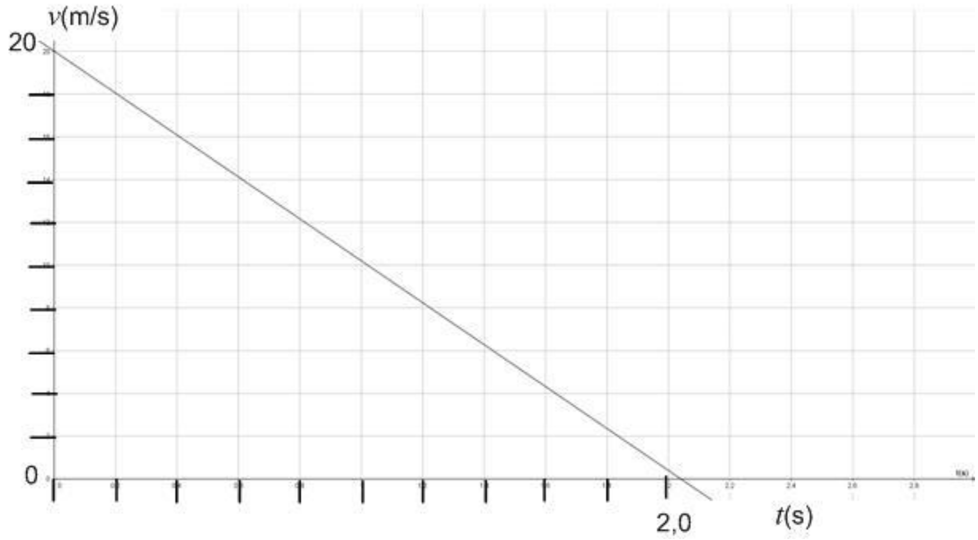
Het is onmogelijk **Δv** en **Δt** te bepalen als de twee punten .
Je bepaalt de helling van de raaklijn door de overstaande en aanliggende zijde van de rechthoekige driehoek op te meten. Hoe groter de driehoek ,des te nauwkeuriger de meting.
Het is ook handig om, zoals in het voorbeeld, lijnstukken te kiezen met gehele getallen.

Opgave 11.4
Een auto heeft een snelheid van 108 km/h en remt in 5,0 s af tot stilstand.
Tijdens het remmen nam de snelheid evenredig af in de tijd.

a) Bereken de gemiddelde snelheid tijdens het remmen.
b) Bereken de remweg.
c) Controleer het antwoord van vraag a) door de gemiddelde snelheid uit te rekenen met $\Delta x/\Delta t$.

Opgave 11.5

Een massa wordt met een snelheid van 20 m/s recht omhoog geschoten en komt onder invloed van de zwaartekracht tot stilstand. Het snelheidsverloop is te zien in onderstaand ***v*-*t***-diagram.



a) Bereken de gemiddelde snelheid tijdens het vallen.

b) Bereken met de gemiddelde snelheid de hoogte waarvan de massa naar beneden gevallen is.

c) Bepaal de afgelegde weg m.b.v. het ***v*-*t***-diagram.

d) Bepaal de versnelling a uit het ***v*-*t***-diagram.

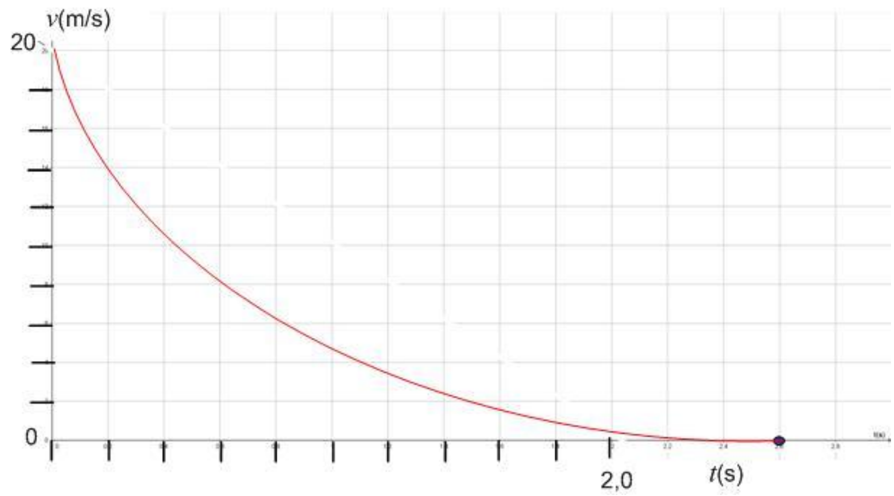
e) Hoe kun je aan het snijpunt met de ***t***-as meteen zien dat de versnelling minder dan -10 m/s^2 moet zijn?

f) Maak een schetsje van het ***x*-*t***-diagram (***x*** is de hoogte).

Opgave 1.16

Een voorwerp wordt met een snelheid van 20 m/s recht omhoog geschoten. Door zijn vorm ondervindt het voorwerp veel wrijving.

Het snelheidsverloop is te zien in onderstaand ***v*-*t***-diagram.



a) Bereken de gemiddelde versnelling in de eerste seconde.
b) Bereken de gemiddelde versnelling in de tweede seconde.
c) Bepaal de afgelegde weg uit het v-t-diagram.
d) Bepaal de gemiddelde snelheid met het antwoord van vraag c).

Samenvatting hoofdstuk 3

S1 Hoe kun je de gemiddelde snelheid bepalen in het *x*-*t*-diagram?
S2 Hoe kun je de snelheid op een bepaald tijdstip bepalen in het *x*-*t*-diagram?
S3 Hoe kun je de gemiddelde snelheid bepalen bij constante versnelling?
S4 Hoe kun je de afgelegde weg bepalen met de gemiddelde snelheid?
S5 Hoe kun je afgelegde weg bepalen met het *v*-*t*-diagram?
S6 Hoe kun je de gemiddelde snelheid bepalen als de *v*-*t*-grafiek geen rechte lijn is?
S7 Hoe kun je de gemiddelde versnelling in het *v*-*t*-diagram bepalen?
S8 Hoe kun je de versnelling op een bepaald tijdstip bepalen in het *v*-*t*-diagram?