2. Machten, wortels en logaritmen.

2.1

R1 $-2^2 = -4 \quad en \quad (-2)^2 = 4$

$-1^{319} = -1 \times (1)^{318} = -1 \times 1 = -1$

$(-1)^{319} = -1 \times (-1)^{318} = -1 \times 1 = -1$

R2 $(2 \cdot 10^2)^2 = 2^2 \cdot 10^4 \quad en \quad 2 \cdot (10^2)^2 = 2 \cdot 10^4$

R3 $\sqrt{25} = 5$ volgens afspraak

R4

$a^2 = 25 \to a = \sqrt{25} = 5 \quad of \quad a = -\sqrt{25} = -5$

$omdat\ 5^2 = 25\ en\ (-5)^2 = 25$

R5 $\sqrt{4 \cdot 100} = 200 \quad en \quad \sqrt{4 \cdot 100} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{100} = 2 \times 10 = 20$

2.2

R6 Als $a^2 = A \to a = \pm\sqrt{A} \qquad A = 100\ \text{cm}^2$

Als $a^2 = 100 \to a = 10\,\text{cm}$

a = -10 cm is niet van toepassing omdat hier sprake is van een lengte.

R7 Als A gegeven is in dm^2 dan heeft $\sqrt{A}$ de eenheid $\sqrt{\text{dm}^2} = \text{dm}$

2.3

R8 Als A de eenheid mm^2 heeft, dan heeft r de eenheid mm.
Je moet A invullen in m^2 als je r in m wil uitrekenen

R9 r en l moeten de eenheid dm hebben, dan heeft V de eenheid dm^3 ofwel L.

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot l \to r^2 = \frac{V}{\pi \cdot l} \to r = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot l}}$$

2.4

R10 Voor een kubus geldt : $V = a^3$

Als eenheid V is $\text{mL} = \text{cm}^3$ dan eenheid van a is cm.

Als eenheid V is $\text{L} = \text{dm}^3$ dan eenheid van a is dm.

R11 $\sqrt[3]{-1000} = -10 \quad want\ (-10)^3 = -1000$

2.5

R12 $\frac{1}{6} \cdot \pi = 0{,}5236$

R13 Als de diameter 2× zo groot dan V is $2^3 = 8\times$ zo groot.

R14 Als V in L dan d in dm.

2.6

R15 $\sqrt{a} = a^{1/2} \to (\sqrt{a})^2 = (a^{1/2})^2 = a$

$\sqrt[4]{b^5} = b^{5/4} \to (b^{5/4})^4 = b^5?$

R16 $(x^{0,1})^{10} = x$

2.7

R17 log(20) is de exponent die bij het grondtal 10 de waarde 20 geeft.
$10^{\log(20)} = 20 \quad afgerond:\ \log(20) = 1{,}30 \to 10^{1,30} = 20\ 1{,}30$

R18 $\log(10)=1 \; en \; \log(100)=2$ dus $\log(20)$ ligt tussen 1 en 2

$\log(100)=2 \; en \; \log(1000)=3$ dus $\log(200)$ ligt tussen 2 en 3

$\log(0{,}1)=-1 \; en \; \log(0{,}01)=-2$ dus $\log(0{,}03)$ ligt tussen -1 en -2

$\log(10^{-2})=-2 \; en \; \log(10^{-3})=-3$ dus $\log(3\cdot 10^{-3})$ ligt tussen -2 en -3

2.8

R19 $^{10}\log(1)=0 \quad omdat \; 10^0=1$

R20 $^{10}\log(a^{10})=10\cdot{}^{10}\log(a)$ omdat de exponent van a^{10} $10\times$ zo groot is

bijvoorbeeld : als $a=10^{1,2}$ $dan \; a^{10}=10^{12}$

R21 $10\cdot\log(a)=10\times{}^{10}\log(a)$!

R22 $10^{\log(5)}=5$ want log(5) is de exponent die bij het grondtal 10 de waarde 5 geeft. Afgerond log(5) = 0,699

Dus $10^{\log(3)}=3$ Afgerond log(3) = 0,477

R23 $a^{10}=100 \rightarrow a=100^{0,1}=10^{0,2} \rightarrow$ afgerond : $a=1{,}585$?

$10^a=100 \rightarrow a={}^{10}\log(100)=2$

2.9

R24 Op 3 m van de bron heeft een geluidsgolf een oppervlak van 2 m^2.

Op 4m $A=(\frac{4}{3})^2\times 2=\frac{16}{9}\times 2=\frac{32}{9}\rightarrow A=3{,}56\; m^2$ afgerond

R25 $L=\log(\frac{I}{10^{-12}})\rightarrow L=\log(\frac{10^a}{10^{-12}})=\log(10^{a+12})=a+12$ [B]

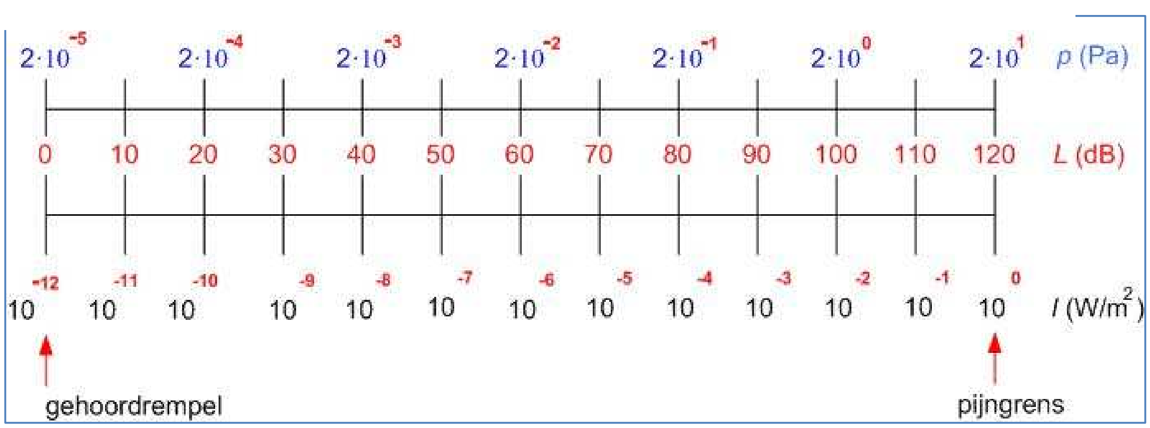
R26 $\log(\frac{I}{10^{-12}})=\log(I\cdot 10^{12})=\log(I)+12$

R27 $L={}^{10}\log(\frac{I}{10^{-12}})\rightarrow 10^L=\frac{I}{10^{-12}} \quad \rightarrow I=10^L\cdot 10^{-12}=10^{(L-12)}$ [B]

$L=10\cdot{}^{10}\log(\frac{I}{10^{-12}})\rightarrow 0{,}1L={}^{10}\log(\frac{I}{10^{-12}})\rightarrow 10^{0,1L}=\frac{I}{10^{-12}}$

$\rightarrow I=10^{0,1L}\cdot 10^{-12}=10^{0,1L-12}$ [dB]

R28



$$p_1 = 2\cdot10^{-5}\ \text{Pa} \rightarrow I_1 = 10^{-12}\ \text{W}/\text{m}^2$$
$$p_2 = 2\cdot10^{-4}\ \text{Pa} \rightarrow I_2 = 10^{-10}\ \text{W}/\text{m}^2$$
$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\cdot10^{-4}}{2\cdot10^{-5}} = 10 \quad en \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{10^{-10}}{10^{-12}} = 10^2$$
Als p $10\times$ zo groot dan I $100\times$ zo groot

2.10

R29 $[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-pH}$

$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-4}\ als\ pH = 4$

$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-2}\ als\ pH = 2$

dus concentratie is $100\times$ hoger als pH 2 minder is

R30 $pH = 6 \rightarrow [\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-6}\ \text{mol}/\text{L}$

$[\text{H}_3\text{O}^+]\times[\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-8}\ \text{mol}/\text{L}$

In 1 liter zitten $10^{-6} + 10^{-8}$ ionen $= 1{,}01\cdot10^{-6}$ ionen

R31 Als je aan een base een zuur toevoegt zullen de OH^- met de H_3O^+-ionen H_2O-moleculen vormen.
De pH neemt af en de pOH neemt toe. $pH + pOH = 14$
Als je aan een zuur een base toevoegt zullen de OH^- met de H_3O^+-ionen H_2O-moleculen vormen.
De pH neemt toe en de pOH neemt af. $pH + pOH = 14$

R32 $pH = -1 \rightarrow [\text{H3O+}] = 10^{-(-1)} = 10\ \text{mol}/\text{L}$

$pOH = 15 \rightarrow [\text{OH}^-] = 10^{-15}\ \text{mol}/\text{L}$

2.3

R33 *Op te zoeken op aangegeven site*

2.11

R34 log(20) is de exponent die bij het grondtal 10 de waarde 20 oplevert. Afgerond: log(20) = 1,301

R35 $a^3 = 8 \rightarrow a = \sqrt[3]{8} = 2 \quad of \quad a = 8^{1/3} = 2$

$3^a = 8 \rightarrow a = {}^3\log(8)\ exact \quad of\ a = \dfrac{\log(8)}{\log(3)} = 1{,}89\ afgerond$

$3^{{}^3\log(8)} = 3\ en\ 3^{1{,}89} = 7{,}98$

R36 Bij log(a) moet a ≥ 0
Er is geen getal te vinden zodat $10^{\text{getal}} < 0$
Als het getal<0, bijvoorbeeld -2 dan $a = 10^{-2}$, dus >0

R37 log(abc) = log(a) + log(b) +log(c)

2.12

$a = 10^p\ en\ b = 10^q \quad en\ c = 10^r$

je kunt ieder getal schrijven als een macht met grondtal 10

dan $abc = 10^p\cdot10^q\cdot10^r = 10^{(p+q+r)}$

$\rightarrow \log(abc) = p + q + r = \log(a) + \log(b) + \log(c)$

$want\ \ p = \log(a)\,; q = \log(b)\ en\ r = \log(c)$

log(ab/c) = log(a) + log(b) –log(c)

$a = 10^p \;\; en\; b = 10^q \quad en\; c = 10^r$

dan $ab/c = \dfrac{10^p \cdot 10^q}{10^r} = 10^{(p+q-r)}$

$\rightarrow \log(ab/c) = p + q - r = \log(a) + \log(b) - \log(c)$

$\log(a^6 \cdot b^5) = 6\log(a) + 5\log(b)$

$a = 10^p \;\; en\; b = 10^q$

dan $a^6 = (10^p)^6 = 10^{6p} \;\; en\; b^5 = (10^q)^5 = 10^{5q}$

$\rightarrow a^6 \cdot b^5 = 10^{(6p+5q)}$

$\rightarrow \log(a^6 \cdot b^5) = 6p + 5q = 6\log(a) + 5\log(b)$

Voorbeelden:
log(2000) = log(2) + log(10) + log(100) = 0,3 + 1 + 2 = 3,3
log(500) = log(10) + log(100) – log(2)= 1 + 2 – 0,3 = 2,7
$\log(2^3 \cdot 10^2) = 3\log(2) + 2\log(10) = 0{,}9 + 2 = 2{,}9$

0,02 ; 0,2 ; 20; 200; 2000; $2 \cdot 10^7$

R38 $\log(0{,}02) = \log(\dfrac{2}{100}) = \log(2) - \log(100) = 0{,}301 - 2 = -1{,}70$

$\rightarrow 0{,}02 = 10^{-1{,}70}$

$\log(0{,}2) = \log(\dfrac{2}{10}) = \log(2) - \log(10) = 0{,}301 - 1 = -0{,}699$

$\rightarrow 0{,}2 = 10^{-0{,}699}$

$\log(20) = \log(2 \times 10) = \log(2) + \log(10) = \log(2) + 1 = 1{,}30$

$\rightarrow 20 = 10^{1{,}30}$

$\log(200) = \log(2 \times 100) = \log(2) + \log(100) = \log(2) + 2 = 2{,}30$

$\rightarrow 200 = 10^{2{,}30}$

$\log(2000) = \log(2 \times 1000) = \log(2) + \log(1000) = \log(2) + 3 = 3{,}30$

$\rightarrow 2000 = 10^{3{,}30}$

$\log(2 \cdot 10^7) = \log(2) + \log(10^7) = \log(2) + 7 = 7{,}30$

$\rightarrow 2 \cdot 10^7 = 10^{7{,}30}$

R39 log(0,999) = log(999) – log(1000) = log(999) – 3
log(999) is kleiner dan log(1000) ,dus kleiner dan 3
log(0,999) < 0

R40 ${}^2\log(8)$ is de exponent die bij het grondtal 2 de waarde 8 geeft,
${}^2\log(8)$ is dus 3

2.12b

R41 Voor een bepaalde ijkoplossing met concentratie c = 2,00 g/L
geldt: T = 0,7

Bij 4 g/L wordt 70 % van 70 % doorgelaten ofwel

$T(als\ c = 4 \text{ g/L}) = 0{,}7^2 \times T(bij\ 2 \text{ g/L})$

Bij 6 g/L wordt 70 % van 70 % van 70% doorgelaten

$T(als\ c = 6 \text{ g/L}) = 0{,}7^3 \times T(bij\ 2 \text{ g/L})$

Je kunt 2,00 g/L ook zien als 1 papiertje en 4,00 g/L als 2 papiertjes.

R42 E is de exponent bij het grondtal 10.

$T_1 = 10^{-E_1} \rightarrow T_2 = 10^{-E_2}$

$T_2 = T_1^{\,3} = (10^{-E_1})^3 \rightarrow E_2 = 3E_1$

$Dus\ E\ wordt\ 3\times\ zo\ groot$

R43 Bij 2,00 g/L is de extinctie 0,700

$$\frac{E}{0{,}7} = \frac{c}{2} \rightarrow 0{,}7 \cdot c = E \cdot 2 \rightarrow c = \frac{E}{0{,}7} \times 2$$

$$als\ E = 0{,}4\ dan\ c = \frac{0{,}4}{0{,}7} \times 2 = \frac{0{,}8}{0{,}7} = 1{,}14$$