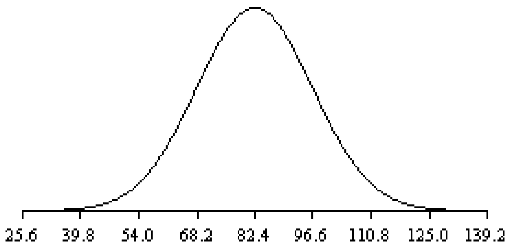
5. Normaalverdeling.

Opgave 5.1 **IQ**

a De gegevens zijn duidelijk verdeeld in klassen. De hoogte van de klassen geeft de frequentie, relatieve frequentie of frequentiedichtheid van de gegevens in die klasse.
b streepjes tellen: tussen 100 en 120 liggen 20 streepjes, dus klassenbreedte = 1
c gemiddelde = mediaan = modus = 100
d 50 %
e die zijn er waarschijnlijk wel maar die aantallen zijn te klein om hier weer te geven
f ongeveer 84
g 100 - 84 = 16
h onderkant: 100 - 2 ×16 = 68
bovenkant: 100 + 2 ×16 = 132

Opgave 5.2 **Vuistregels normaalverdeling**

a 34 % + 34 % = 68 %
b 68 % + 13,6 % + 13,6 % = 95,2 %
c 95,2 % + 2,2 % + 2,2 % = 99,6 %
d --
e 2,4 % (= 2,2 + 0,2) ligt op de onderste 2σ grens
82,4 – 54 = 2σ dus σ = 14,2 kg
f



g 110,8 kg
h 13,6 %

Opgave 5.3 **Significantie**

a Boven en onder 2 standaarddeviatie ligt samen 4,8 %. Als we dat afronden tot 5 % hebben we precis de grenzen te pakken. Een zwangerschap is *significant* te lang na 266 + 2×10 = 286 dagen
b 286 dagen is 286/7 = 40 weken en 6 dagen
c *significant* laag IQ onder 100 – 32 = 68
significant hoog IQ boven 100 + 32 = 132

Opgave 5.4 **Kansrekening**

- **a** allebei $\frac{1}{6}$ dus 1/16 ×100 % = 16,7 %
- **b** $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$
- **c** De kans om geen 5 te gooien, dus om een 1, 2 3, 4 of 6 te gooien is $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$
- **d** Omdat je dan veel vaker moet gooien.
- **e** $\frac{1}{6}\times 500=83$ keer, het gaat over kansen, niet over zekerheid
- **f**
- **g** $(\frac{1}{2})^{10}=0{,}000977$ ofwel 0,0977%
- **h** 0,0977 %
- **i** met totaal 36 mogelijke worpen krijg je 11 verschillende uitkomsten
- **j** van de 36 geeft 12 punten, dus $\frac{1}{36}$
- **k** $\frac{150}{125.000}=0{,}0012$

Opgave 5.5 **Kansrekening en medische testen**

- **a** 1 % van de baby's heeft het syndroom, dat zijn er dus 0,01×10.000 = 100
- **b** 90 % kans dat de testuitslag positief is, dus dat zijn er 0,9×100 = 90
- **c** dat zijn er 10.000 – 100 = 9.900
- **d** 1 % kans op *vals* positief, dus dat zijn 0,01 × 9900 = 99
- **e** totaal 90 + 99 = 189
- **f**

$$\text{Kans} = \frac{\text{werkelijk aantal positief}}{\text{totaal gemeten positief}}\times 100\% = \frac{90}{189}\times 100\% = 47{,}6\ \%$$

- **g** dat is een beroerde test
- **h** de kans wordt dan 9,17%, een onzinnige test dus

Opgave 5.6 **Kansrekening en normaalverdeling**

- **a** dat is 1σ rechts van het gemiddelde; 50 + 34 = 84 % is kleiner dan 188 cm, dus 100 – 84 = 16 % is langer dan 188 cm
- **b** dat is 16 % van 60.000 = 9600 mannen
- **c** 0,159 (15,9 %)?
- **d** P(lengte >188) = 0,159
- **e** 2σ links van het gemiddelde, dus 2,2 % + 0,2 % = 2,4 % ofwel $P(l < 164\text{ cm}) = 0{,}024$
- **f** 50 + 34 % = 84 % en dat ligt bij 1σ links van het gemiddelde, dus $P(l > 172\text{ cm}) = 0{,}84$
- **g** 196 cm = $+2\sigma$
204 cm = $+3\sigma$ daartussen ligt 2,2 %
$P(196\text{ cm} < l < 204\text{ cm}) = 0{,}022$
- **h** moeilijk in te schatten, de lijn loopt niet recht

Opgave 5.7 **Standaard normaalverdeling**

a 50 + 34 = 84 %

b 100 – 0,1 – 0,5 = 99, 4 %

c moeilijk in te schatten, de lijn loopt niet recht

d 99,38 %

e 100 – 99,38 = 0,62 %

f --

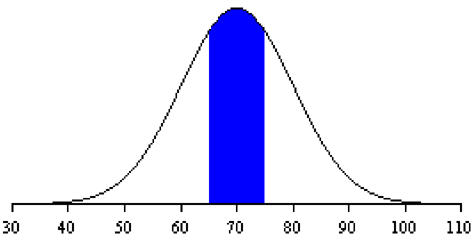
Opgave 5.8 **Hartslag**

a $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{90-70}{10} = 2{,}00$

tabel $P(Z < 90) =$ 0,9772 = 97,72 %

$P(Z > 90) = 1 - 0{,}9772 = 0{,}0228$ dus 2,28 %

b



gebied links van 75: $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{75-70}{10} = 0{,}5$ geeft 69,15 %

gebied links van 65: $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{65-70}{10} = -0{,}5$ geeft

100 – 69,15 = 30,85 %

daartussen ligt: 69,15 – 30,85 = 38,3 %

Opgave 5.9 **Standaard normaalverdeling en metingen**

5 % van 23,5 mg/L = 1,175 afgerond 1,2 mg/L

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{25-23{,}5}{1{,}2} = 1{,}25$$

Z-tabel: $P(Z < 1{,}25) =$ 0,8944

$P(Z > 1{,}25) =$ 1 – 0,8944 = 0,1056 (of 10,95 %)

Opgave 5.10 **Standaard normaalverdeling en microbiologische metingen**

a gehalte = 100 × 100 = 10.000 = 10^4 KVE

b logwaarde gehalte = $\log(10^4)$= 4,0

onderste 2σ grens 4 – 2 × 0,15 = 3,70

bovenste 2σ grens 4 + 2 × 0,15 = 4,30

c $10^{3,70}$ KVE < gehalte < $10^{4,30}$ KVE

5012 KVE < gehalte < 19.952 KVE

d De gevonden gemiddelde waarde ligt niet midden tussen de uiterste waarden

Opgave 5.11 **Lampen**

a $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{700-800}{40} = -2,5$

Z-tabel: $P(Z < 2{,}5) = 0{,}9938$

$P(Z < -2{,}5) = 1 - 0{,}9938 = 0{,}0062$ (of 0,62 %)

b De lampen moeten langer dan *?* uur branden. Dat gebied zit helemaal rechts in de normaalverdeling.

$P(Z > Zx) = 0{,}01$

$P(Z < Zx) = 1 - 0{,}01 = 0{,}99$

Z-tabel: $Zx = 2{,}33$

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} \rightarrow Z \cdot \sigma = x - \mu \rightarrow x = Z \cdot \sigma + \mu$$

$$x = Z \cdot \sigma + \mu = 2{,}33 \times 40 + 800 = 893{,}2$$

Dus 1 % van de lampen houdt het minstens 893 uur vol.

Opgave 5.12 **Kwaliteitscontrole bij de bakker**

a $Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{450-436}{11} = 1{,}27$

en dat geeft 0,8980, dus 89,80 % van de broden ligt beneden de 450 g. Hij levert te weinig waar voor zijn geld

b Uit het histogram blijkt dat we maar de helft van een normaalverdeling zien. Het is dus zeer waarschijnlijk dat de bakker de broden voor deze klant netjes heeft uitgezocht. De andere klanten krijgen dan nog meer broden die te weinig wegen.

Opgave 5.13 **Chipszakken vullen**

a 9 gram dus tussen 191 en 209 g

b We kijken alleen aan de onderkant (teveel vindt de consument niet erg, de fabrikant wel):

$Z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{191-200}{4} = -2,25$

Z-tabel: $P(Z < 2{,}25) = 0{,}9878$

$P(Z < -2{,}5) = 1 - 0{,}9878 = 0{,}0122$ (of 1,22 %)

1,22 % van de productie voldoet niet aan de norm

c 0,1 % is 3σ, het gemiddelde moet dan $3 \times 4 = 12$ g verder liggen dus 200+ 12 = 212 g