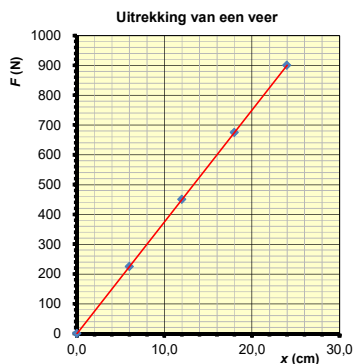


Uitwerkingen opgaven hoofdstuk 5 versie 2015

5. Lineaire verbanden.

Opgave 5.1



Recht evenredig lineair verband

a $k = \frac{F}{x} = \frac{900}{24} = 37,5$

b $k = \frac{F}{x} = \frac{900 \text{ N}}{24 \text{ cm}} = 37,5 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$

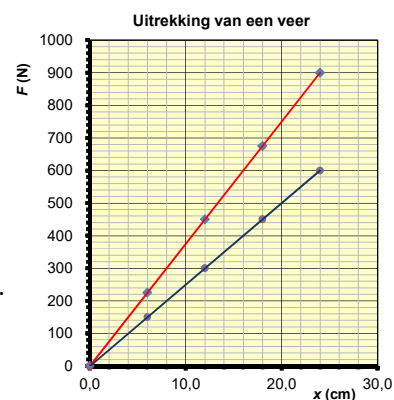
c de betekenis van de eenheid: als de veer 1 cm wordt uitgerekt is daarvoor een kracht nodig van 37,5 N

d $F = 37,5 \cdot x$ met x de uitrekking in cm

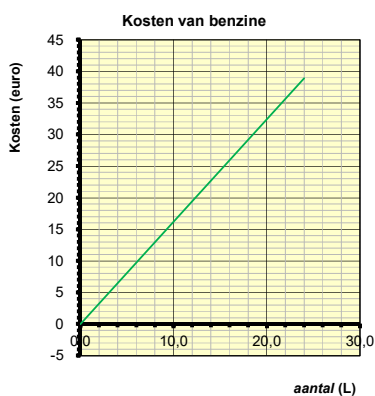
e $k = \frac{F}{x} = \frac{600 \text{ N}}{24 \text{ cm}} = 25 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$

f Er is minder kracht nodig dus de veer is slapper.

g Een grote/kleine k betekent een sterke (stugge) veer.



Opgave 5.2



Benzine

a De kostprijs van een bepaalde hoeveelheid benzine.

b $\text{hellingsgetal} = \frac{K}{\text{aantal}} = \frac{32,4 \text{ euro}}{20 \text{ L}} = 1,62 \frac{\text{euro}}{\text{L}}$

c De prijs per liter benzine.

d $K = 1,62 \cdot \text{aantal}$

e als de benzine duurder wordt gaat de lijn steiler/minder steil lopen.

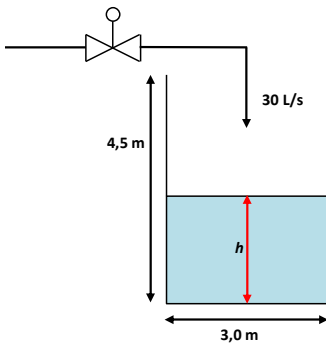
Opgave 5.3

Vullen van een tank 1

V(L)	m(kg)
2,0	2,5
6,0	7,5

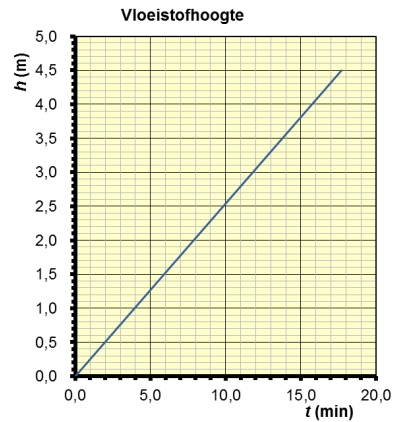
- a $hellingsgetal = \frac{m}{V} = \frac{7,5 \text{ kg}}{6,0 \text{ L}} = 1,25 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$
- b zie a
- c de natuurkundige betekenis van de helling is de **dichtheid** van de vloeistof
- d $m = 1,25 V$
- e de grafiek zou 5 kg omhoog schuiven
- f $m = 1,25 V + 5$

Opgave 5.4

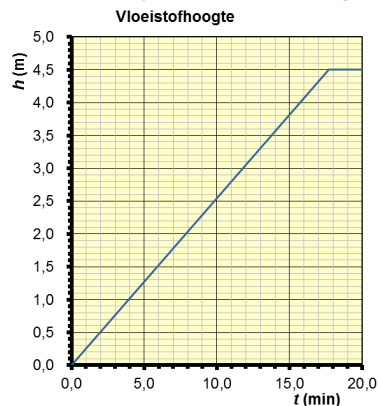


Vullen van een tank 2

- a Rechte lijn door 0,0
- b $V = \frac{1}{4} \pi d^2 h = \frac{1}{4} \times \pi \times 3^2 \times 4,5 = 31,809 \text{ m}^3 = 31809 \text{ L}$
- c $t = \frac{31809 \text{ L}}{30 \text{ L/s}} = 1060 \text{ s} = 17,7 \text{ min}$
- d in 1060 s stijgt het niveau 4,5 m dus het hellingsgetal van de h,t -grafiek is $\frac{h}{t} = \frac{4,5 \text{ m}}{17,7 \text{ min}} = 0,254 \frac{\text{m}}{\text{min}}$
- e $h = 0,254 \cdot t$ met t in min
- f



- g De tank loopt over en de hoogte verandert niet meer.



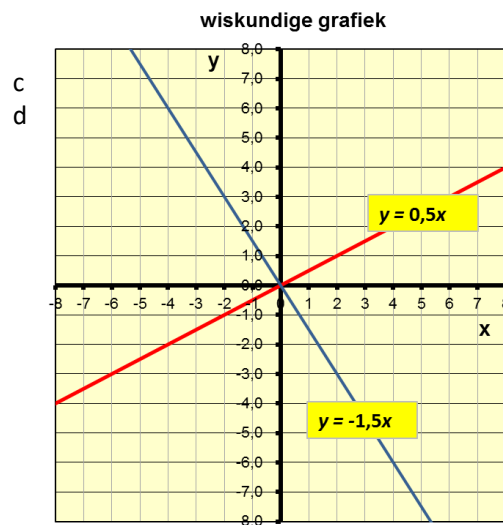
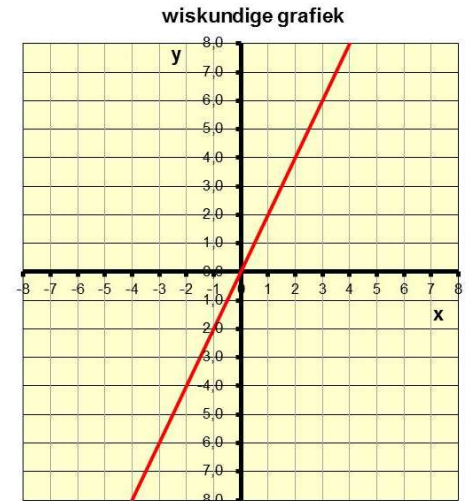
$$h = 0,254 \cdot t \Rightarrow t = \frac{h}{0,254} = \frac{3,8}{0,254} = 15,0 \text{ min.}$$

Opgave 5.5

Wiskundige grafiek

a $a = \frac{y}{x} = \frac{8}{4} = 2$

b $y = 2 \cdot x$



- e Een negatief hellingsgetal betekent dat er een dalende lijn is. Als x met 1 toeneemt neemt y met 1,5 af.

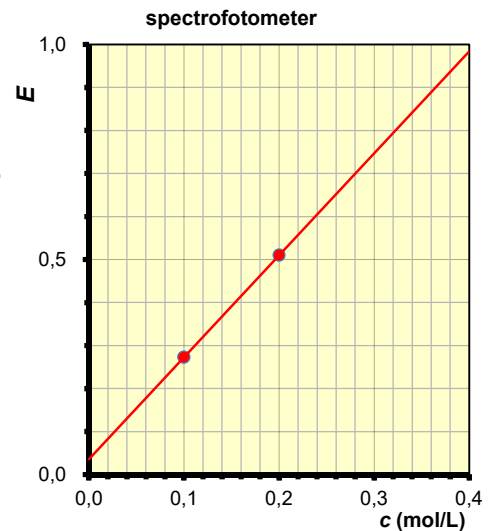
Opgave 5.6

Spectrofotometer

a punt 1: hellingsgetal = $\frac{0,273}{0,1} = 2,73$

punt 2: hellingsgetal = $\frac{0,510}{0,2} = 2,55$

- b De grootheden zijn ~~wel~~ niet recht evenredig.
 c De oorzaak hiervan is dat de lijn niet door de oorsprong loopt.



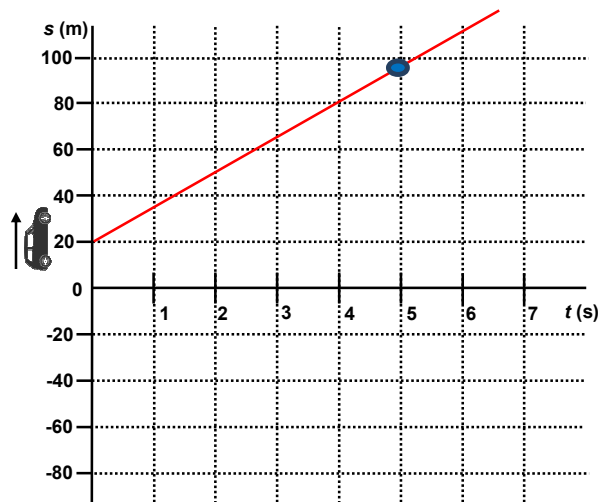
Voor een onbekende vloeistof wordt een extinctie gemeten van 0,465.
 d aflezen $c = 0,18 \text{ mol/L}$
 e de lijn stijgt $0,510 - 0,273 = 0,237$ per $0,1$ concentratieverandering ,
 dat is $2,37$ per 1 mol/L
 de lijn ligt ongeveer $0,04$ te hoog, dus de formule wordt:
 $E = 2,37 \cdot c + 0,04$
 invullen $0,465 = 2,37 \cdot c + 0,04$
 en oplossen geeft: $c = 0,18 \text{ mol/L}$

Opgave 5.7 Een auto met constante snelheid

a Vul de volgende tabel verder in:

t (s)	$s_A(t)$ (m)	$s_A(t)$ (m)	$s_A(t)$ (m)
0	20	20	$s_A(0) = 20$
1	$20 + 15$	$20 + 15 \times 1$	$s_A(1) = 35$
2	$20 + 30$	$20 + 15 \times 2$	$s_A(2) = 50$
4	$20 + 60$	$20 + 15 \times 4$	$s_A(4) = 80$
6	$20 + 90$	$20 + 15 \times 6$	$s_A(6) = 110$
t	$20 + 15 \times t$	$20 + 15 \times t$	

b Bij het vraagteken staat -20
 c Zie d
 d

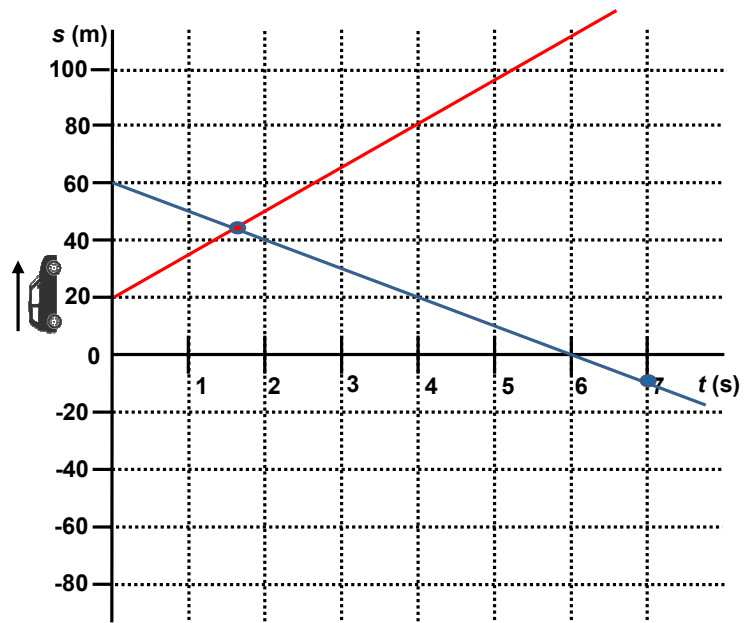


e De eenheid van het hellingsgetal is m/s.
 f Dit stelt de snelheid voor.
 g $68 = 15t + 20 \Rightarrow 15t = 48 \Rightarrow t = \frac{48}{15} = 3,2 \text{ s}$
 h Zie d

Opgave 5.8

Twee auto's met constante snelheid 1

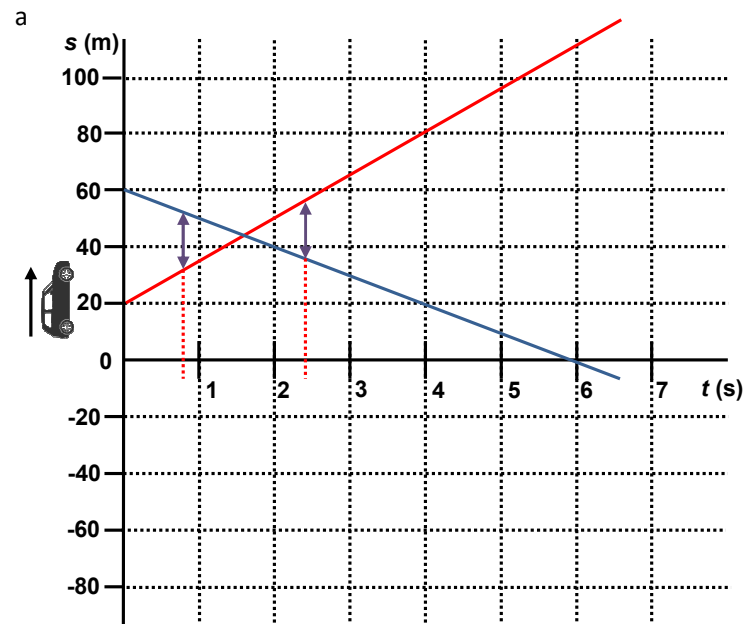
- a Zie g
- b $s_B(t) = 60 - 10t$
- c bijv. $s_B(5) = 60 - 10 \times 5 = 10$ m, dit klopt
- d Zie g
- e ongeveer $t = 4,4$ s
- f $17 = 60 - 10t \Rightarrow -43 = -10t \Rightarrow t = \frac{-43}{-10} = 4,3$ s
- g Snijpunt v.d. lijnen



- h $20 + 15t = 60 - 10t \Rightarrow 25t = 40 \Rightarrow t = \frac{40}{25} = 1,6$ s
- i $s_B(1,6) = 60 - 10 \times 1,6 = 44$ m
- j Klopt.

Opgave 5.9

Twee auto's met constante snelheid 2



b

$$20 + 15t - (60 - 10t) = 20$$

$$20 + 15t - 60 + 10t = 20$$

$$25t = 60 \Rightarrow t = \frac{60}{25} = 2,4 \text{ s}$$

$$60 - 10t - (20 + 15t) = 20$$

$$60 - 10t - 20 - 15t = 20$$

$$-25t = -20 \Rightarrow t = \frac{-20}{-25} = 0,8 \text{ s}$$

Opgave 5.10

Wiskundige grafiek 1

a

x	y	y/x
-2	-8	4
-1	-6	6
2	0	0
4	4	1
5	6	1,2

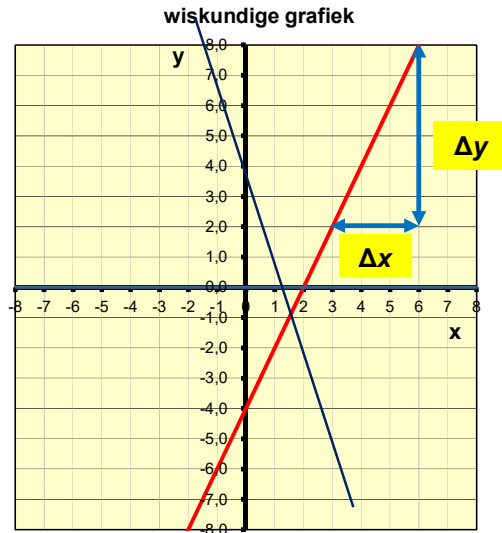
b $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 - 2}{6 - 3} = 2$

c asafsnijding $b = -4$

d $y(x) = 2x - 4$

e $6,37 = 2x - 4 \Rightarrow 10,37x = 2x \Rightarrow x = \frac{10,37}{2} = 5,185$ en dat klopt

f



g

$$-3x + 4 = 2x - 4 \rightarrow -5x = -8 \rightarrow x = \frac{-8}{-5} = 1,6$$

$$y = 2 \times 1,6 - 4 = -0,8$$

$$\text{snijpunt} : (1,6 ; -0,8)$$

Opgave 5.11

Wiskundige grafieken 2

a b heeft een waarde tussen $-\infty$ en $+\infty$ en er zijn dus oneindig veel grafieken te tekenen voor $y = -1,5x + b$

b $5 = -1,5 \times (-1) + b \Rightarrow 5 = 1,5 + b \Rightarrow 3,5 = b \Rightarrow b = 3,5$

c oneindig veel en ze lopen allemaal door het punt $y = -2,3$

d $5 = a \times (-1) - 2,3 \Rightarrow 5 = -a - 2,3 \Rightarrow 7,3 = -a \Rightarrow a = -7,3$

Opgave 5.12

Wiskundige grafieken 3

a

$$y = 0,25x - 2 \Rightarrow y + 2 = 0,25x \Rightarrow 0,25x = y + 2$$

$$x = \frac{y+2}{0,25} = \frac{y}{0,25} + \frac{2}{0,25} = 4y + 8$$

$$x = 4y + 8$$

b $2x + 0,4y = 5 \rightarrow 2x = 5 - 0,4y \rightarrow$

$$x = \frac{5 - 0,4y}{2} = \frac{5}{2} - \frac{0,4y}{2} = 2,5 - 0,2y$$

$$2x + 0,4y = 5 \rightarrow 0,4y = 5 - 2x \rightarrow$$

$$y = \frac{5 - 2x}{0,4} = \frac{5}{0,4} - \frac{2x}{0,4} = 12,5 - 5x$$

Opgave 5.13**Hellingsgetal en asafsnijding bepalen**

a
$$a = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{65 - (-24)}{5,6 - 1,2} = \frac{89 \text{ m}}{4,4 \text{ s}} = 20,22 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b

$$s = 20,22t + b$$

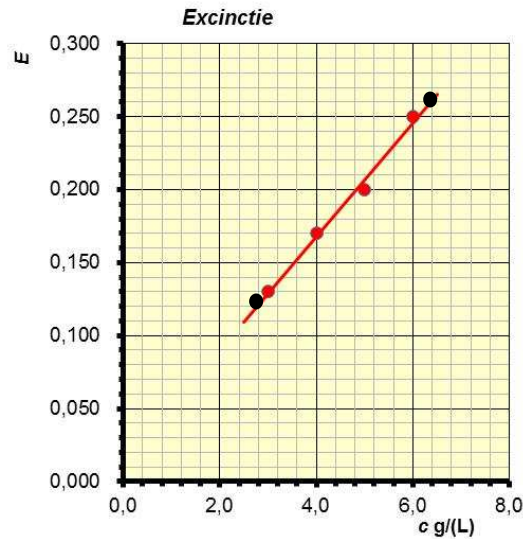
$$65 = 20,22 \times 5,6 + b \Rightarrow b = 48,2 \text{ m}$$

$$s = 20,22t - 48,2$$

c Ja dat moet hetzelfde opleveren en dat kun je dus als controle gebruiken.

d Bereken wanneer de auto op 225 m rechts van de oorsprong is.

$$225 = 20,22t - 48,2 \Rightarrow 20,22t = 273,2 \Rightarrow t = \frac{273,2}{20,22} = 13,5 \text{ s}$$

Opgave 5.14**Spectrofotometer**

a Zie grafiek hellingsgetal $a = \frac{0,260 - 0,120}{6,4 - 2,8} = \frac{0,14}{3,6} = 0,0389$

b Bereken ook de asafsnijding.

$$E = 0,0389c + b$$

$$0,260 = 0,0389 \times 6,4 + b \Rightarrow b = 0,011$$

c De asafsnijding is de concentratie van de blanco.

d $E = 0,0389c + 0,011$

e $0,233 = 0,0389c + 0,011 \Rightarrow 0,0389c = 0,222 \Rightarrow c = \frac{0,222}{0,0389} = 5,7 \frac{\text{g}}{\text{L}}$

Dat klopt met de grafiek

Opgave 5.15**Lengte en gewicht**

- a $a = 0,5516 \text{ kg/cm}$; $b = 50 \text{ kg}$
- b De betekenis van het hellingsgetal is hoeveel je zwaarder wordt als je lengte 1 cm toeneemt.
"Als de lengte 1 cm toeneemt neemt het gewicht met 0,5516 kg toe"
- c De asafsnijding geeft aan hoeveel je kg je weegt als je lengte 0 cm is. Je zou dus een negatief gewicht moeten hebben bij een lengte van 0 cm. Het snijpunt met de verticale as hoort hier bij een lengte van 140 cm en niet bij nul. Dit is dus niet de asafsnijding b !
- d $m = 0,5516 \cdot l - 27,649 = 0,5516 \times 80 - 27,649 = 16,4 \text{ kg}$
- e Dit klopt niet helemaal, dus het verloop is niet lineair over het gebied onder 140 cm.

Opgave 5.16**Kosten en baten**

- a $a = 2,50 \text{ €/blik}$ en $b = 400 \text{ €}$
- b $K(q) = 2,5q + 400$ q is het aantal blikken
- c $R(q) = 8,25q$
- d Dat punt geeft aan wanneer hij winst begint te maken
- e $2,50q + 400 = 8,25q \Rightarrow 5,75q = 400 \Rightarrow q = \frac{400}{5,75} = 69,56 = 70 \text{ blikken}$
 $R(q) = 8,25q \Rightarrow R(70) = 8,25 \times 70 = \text{€ } 577,50$

Opgave 5.17**Fitness abonnement**

Bij fitnesscentrum "Sportief" kun je kiezen uit twee abonnementen.

A: Een vast bedrag van € 35,- en € 1,50 per uur.

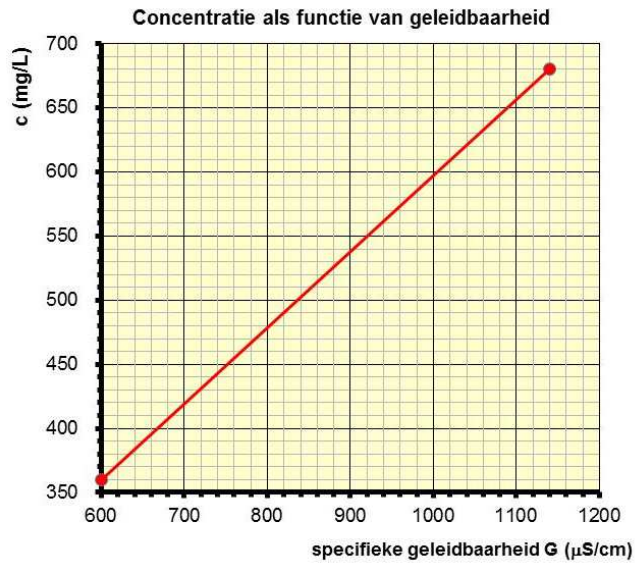
B: Een vast bedrag van € 50,- en € 1,20 per uur.

- a $K_A(t) = 1,50q + 35$
 $K_B(t) = 1,20q + 50$
- b $1,50q + 35 = 1,20q + 50 \Rightarrow 0,3q = 15 \Rightarrow q = \frac{15}{0,3} = 50 \text{ uur}$
- c $K_A(50) = 1,50 \times 50 + 35 = \text{€ } 110$
- d $K_A(t) = K_B(t) + 100$
 $1,50q + 35 = 1,20q + 50 + 100$
 $0,3q = 115 \Rightarrow q = \frac{115}{0,3} = 383,3 \text{ uur}$

Opgave 5.18

Geleidbaarheid

a Teken de grafiek:



$$b \quad a = \frac{\Delta c}{\Delta G} = \frac{680 - 360}{1140 - 600} = \frac{320}{540} = 0,5926 \frac{\text{mg/L}}{\mu\text{S/cm}}$$

$$c = 0,5926 \cdot G + b$$

$$360 = 0,5926 \times 600 + b \Rightarrow b = 4,44$$

$$c = 0,5926 \cdot G + 4,44$$

c Hij is praktisch recht evenredig omdat de asafsnijding 4,44 op een schaal van 0 tot 700 bijna nul is.

$$d \quad c = 0,5926 \times 905 + 4,44 = 541 \frac{\text{mg}}{\text{L}}$$

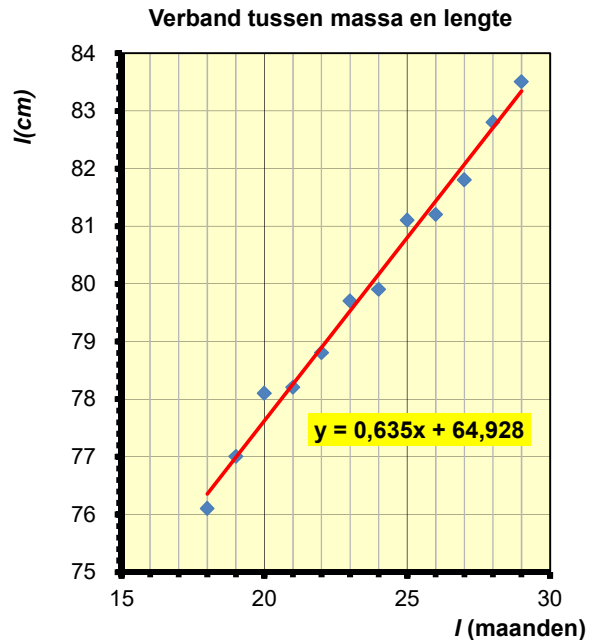
e Omdat zouten uit ionen bestaan dus uit geladen deeltjes, die de stroom geleiden. Hoe meer geladen deeltjes des te groter de geleidbaarheid.

Extra oefeningen

Opgave 5.19

Leeftijd en gemiddelde lengte van peuters (handig met Excel)

- a Met Excel gemaakt



- b Zie grafiek.
c Een peuter groeit volgens dit model 0,635 cm per maand.
d De asafsnijding 64,928 cm is de lengte op een leeftijd van 0 maanden.
e Het lineair model klopt hier niet mee. De grafiek tussen 0 en 18 maanden begint steiler en wordt dan geleidelijk minder steil. Kinderen groeien het eerste jaar het hardst.

$$h = 0,635 \cdot l + 64,928$$

- f
$$h = 0,635 \times (21 \times 12) + 64,928 = 225 \text{ cm}$$

De grafiek zal nog minder steil worden.

Opgave 5.20

Meer oefeningen

a $y = 0,2x - 2,3$ $a = 0,2$ en $b = -2,3$

Snijpunt x-as, dan $y = 0$

$$0 = 0,2x - 2,3 \rightarrow 0,2x = 2,3 \rightarrow x = \frac{2,3}{0,2} = 11,5$$

snijpunt x-as: (11,5; 0)

b $6x = 4 - 2y \rightarrow -2y = 6x - 4 \rightarrow y = \frac{6x}{-2} - \frac{4}{-2} \rightarrow y = -3x + 2$

$a = -3$ en $b = 2$

$$0 = -3x + 2 \rightarrow 3x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{3} = 1,5$$

snijpunt $x - as$: (1,5; 0)

c $p(t) = -3,7 \cdot 10^{-3} \cdot t + 0,2 \cdot 10^{-3} \quad a = -3,7 \cdot 10^{-3} \quad \text{en} \quad b = 0,2 \cdot 10^{-3}$

$$0 = -3,7 \cdot 10^{-3} \cdot t + 0,2 \cdot 10^{-3} \quad \rightarrow t = \frac{-0,2 \cdot 10^{-3}}{-3,7 \cdot 10^{-3}} = \frac{2}{37} = 0,054$$

d $V(T) = 1,2 \cdot 10^3 \cdot T + 300 \rightarrow a = 1,2 \cdot 10^3 \text{ mL}/^{\circ}\text{C} \quad \text{en} \quad b = 300 \text{ mL}$

$$0 = 1,2 \cdot 10^3 \cdot T + 300 \rightarrow T = \frac{-300}{1,2 \cdot 10^3} = -0,25 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

e $V, T \quad (96; 21,6) \text{ en } (123, 45,2) \text{ met } V \text{ in mL en } T \text{ in } ^{\circ}\text{C}$

$$a = \frac{\Delta T}{\Delta V} = \frac{(45,2 - 21,6)}{(123 - 96)} = \frac{23,6}{27} = 0,874 \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{mL}$$

$$T = 0,874 \cdot V + b \rightarrow 21,6 = 0,874 \times 96 + b \rightarrow b = 21,6 - 0,874 \times 96 = -62,3 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T = 0,874 \cdot V - 62,3$$

f $m, t \quad (12,3; 30) \text{ en } (16,4; 60) \text{ met } m \text{ in kg en } t \text{ in s}$

$$a = \frac{\Delta t}{\Delta m} = \frac{(60 - 30)}{(16,4 - 12,3)} = \frac{30}{4,1} = 7,32 \text{ s}/\text{kg}$$

$$t = 7,32 \cdot m + b \rightarrow 30 = 7,32 \times 12,3 + b \rightarrow b = 30 - 7,32 \times 12,3 = -60,0 \text{ s}$$

$$t = 7,32 \cdot m - 60,0$$