

Uitwerkingen hoofdstuk 9

9. Stugheid en sterkte van materialen.

Opgave 9.1

Gegeven: $F = 400 \text{ N}$ en $A = 1,50 \text{ mm}^2$

Bereken σ

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{400 \text{ N}}{1,5 \text{ mm}^2} = 267 \text{ N/mm}^2 = 267 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 2,67 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

Opm: alle gegevens zijn in 3 significante cijfers, dus antwoord ook

Opgave 9.2

Gegeven: $d = 5,0 \text{ mm}$ en $\sigma = 23 \text{ MPa}$

Bereken F

$$A = \pi \cdot r^2 = 0,25 \cdot \pi \cdot d^2 = 0,25 \times \pi \times (5 \cdot 10^{-3})^2 = 1,96 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma \cdot A = 23 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \times 1,96 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 45,08 \text{ N}$$

afgerond: $F = 45 \text{ N}$

Opgave 9.3

Gegeven: $F = 1000 \text{ N}$ en 3 kabels parallel

Per kabel is er de kracht van $1000/3 = 333 \text{ N}$

De uitrekking voor de kabel is $2,0 \text{ mm}$.

Opgave 9.4

Gegeven: $\sigma = 30 \text{ N/mm}^2$ en $A = 10 \text{ mm}^2$

Bereken F

$$\sigma = \frac{F}{A} \rightarrow F = \sigma \cdot A = 30 \text{ N/mm}^2 \times 10 \text{ mm}^2 = 300 \text{ N} = 3,0 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Opgave 9.5

Gegeven: $\Delta l = 0,5 \text{ mm}$ en $l = 1 \text{ m}$

Bereken ϵ

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,5 \text{ mm}}{1 \text{ m}} = 0,5 \text{ mm/m} \quad \text{of} \quad \epsilon = \frac{0,5 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} = 0,0005 = 5 \cdot 10^{-4}$$

Opgave 9.6

Je mag de eenheid weglaten als je voor Δl en voor l dezelfde eenheid neemt.

Opgave 9.7

$\epsilon = 0,1\%$ betekent dat de uitrekking $0,1\%$ is van de lengte van de staaf of draad of dat

$$\Delta l = 0,0001 \cdot l$$

Opgave 9.8

$\varepsilon = 2,3 \text{ cm/m}$ geeft meteen inzicht in wat er gebeurt, namelijk een uitrekking van 2,3 cm per meter lengte.

Opgave 9.9

Gegeven: $l = 50,0 \text{ cm}$; $F = 500 \text{ N}$; $d = 3,0 \text{ mm}$ en $\varepsilon = 0,20 \text{ mm/m}$

a) Bereken σ in N/mm^2 .

b) Bereken Δl in mm.

De kracht wordt 1000 N

c) Bereken ε .

De diameter wordt 1,5 mm en de kracht 500 N

d) Bereken ε .

a)

$$\sigma = \frac{F}{A}$$
$$A = 0,25 \cdot \pi \cdot d^2 = 0,25 \times \pi \times 3^2 = 2,355 \text{ mm}^2$$
$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{500 \text{ N}}{2,355 \text{ mm}^2} = 212 \text{ N/mm}^2 \quad \text{afgerond : } \sigma = 2,1 \cdot 10^2 \text{ N/mm}^2$$

b)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \rightarrow \Delta l = \varepsilon \cdot l = 0,20 \text{ mm/m} \times 0,500 \text{ m} = 0,10 \text{ mm}$$

of

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \rightarrow \Delta l = \varepsilon \cdot l = 0,00020 \text{ m/m} \times 0,500 \text{ m} = 0,0001 \text{ m} = 0,10 \text{ mm}$$

c)

De kracht wordt $1000/500 = 2x$ zo groot $\rightarrow \sigma$ wordt $2x$ zo groot $\rightarrow \varepsilon$ wordt $2x$ zo groot

d)

De diameter wordt $0,5x$ zo groot \rightarrow doorsnede A wordt $0,25x$ zo groot ($4x$ zo klein)

$\rightarrow \sigma$ wordt $4x$ zo groot $\rightarrow \varepsilon$ wordt $4x$ zo groot

Opgave 9.10

Gegeven: $l = 50 \text{ cm}$; $\Delta l = 1,0 \text{ mm}$; $E = 69 \text{ GPa}$

Bereken σ

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1 \text{ mm}}{500 \text{ mm}} = 0,002$$
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \rightarrow \sigma = E \cdot \varepsilon = 69 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 \times 0,002 = 1,4 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

Opgave 9.11

Gegeven: $m = 1000 \text{ kg}$; $a = 2,0 \text{ m/s}^2$; $\sigma_T = 503 \text{ MPa}$

Bereken minimale waarde van d

$$F = F_z + m \cdot a = 1000 \times 9,81 + 1000 \times 2 = 11810 \text{ N}$$

$$\sigma_T = \frac{F}{A} \rightarrow A = \frac{F}{\sigma_T} = \frac{11810}{503 \cdot 10^6} = 2,347 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$$

$$A = 0,25 \cdot \pi \cdot d^2 \rightarrow d^2 = \frac{A}{0,25 \cdot \pi} = \frac{2,347 \cdot 10^{-5}}{0,25 \cdot \pi} = 2,99 \cdot 10^{-5} \rightarrow d = 5,47 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$d = 5,5 \text{ mm}$$

Opgave 9.12

Als de kabel 2x zo dik is dan is de oppervlakte 4x zo groot en de spanning 4x zo klein.

Omdat $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ en E is constant moet de rek 4x zo klein zijn.

Opgave 9.13

Gegeven: $d = 0,80 \text{ mm}$; $E_{\text{nylon}} = 3,0 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$; $l = 40 \text{ m}$; $F = 30 \text{ N}$

a) Bereken σ

b) Bereken ε en Δl

a)

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$A = 0,25 \cdot \pi \cdot d^2 = 0,25 \times \pi \times (0,8 \cdot 10^{-3})^2 = 5,02 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{30 \text{ N}}{5,02 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2} = 5,976 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 = 6,0 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$$

b)

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{6,0 \cdot 10^7}{3,0 \cdot 10^9} = 2,0 \cdot 10^{-2}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \rightarrow \Delta l = \varepsilon \cdot l = 0,02 \times 40 = 0,80 \text{ m}$$

Opgave 9.14

De rechte lijn heeft een helling aan $\text{helling} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E$

Opgave 9.15

Gegeven: $d = 1,0 \text{ cm}$; $l = 30,0 \text{ cm}$; $\sigma_T = 95 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$; $E = 69 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$

a) Bereken σ bij plastische vervorming

b) Bereken F

c) Bereken Δl

a)

$$\sigma = \sigma_T = 95 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

b)

$$F = \sigma_T \cdot A$$

$$A = 0,25 \cdot \pi \cdot d^2 = 0,25 \times 3,14 \times 1^2 = 0,785 \text{ mm}^2 = 0,785 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$F = \sigma_T \cdot A = 95 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \times 0,785 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 74,6 \text{ N}$$

afgerond: $F = 75 \text{ N}$

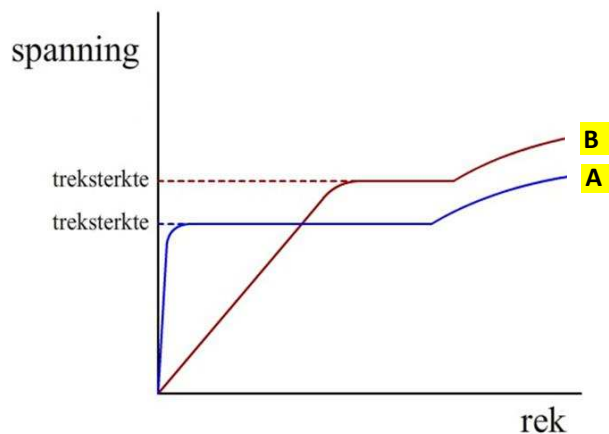
c)

$$E = \frac{\sigma_T}{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon = \frac{\sigma_T}{E} = \frac{95 \cdot 10^6}{69 \cdot 10^9} = 0,00138$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \rightarrow \Delta l = \varepsilon \cdot l = 0,00138 \times 30 \text{ cm} = 0,041 \text{ cm} = 0,41 \text{ mm}$$

Opgave 9.16

In de afbeelding zijn de spanning-rekdiagrammen te zien van twee materialen.



- Materiaal A heeft de grootste waarde voor E omdat de helling van het eerste stuk groter is.
- Materiaal B heeft de grootste treksterkte omdat het punt waarbij plastische vervorming optreedt hoger ligt.

Opgave 9.17

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \rightarrow E = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta l}{l}} = \frac{F}{A} \cdot \frac{l}{\Delta l} = \frac{F}{\Delta l} \cdot \frac{l}{A} \rightarrow \frac{E \cdot A}{l} = \frac{F}{\Delta l} \rightarrow \frac{F}{\Delta l} = C \quad \text{met} \quad C = \frac{E \cdot A}{l}$$