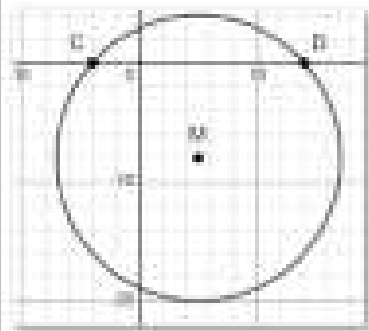
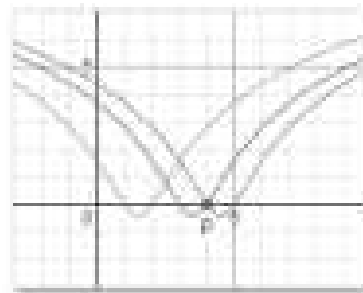


Examentraining met Desmos-tools

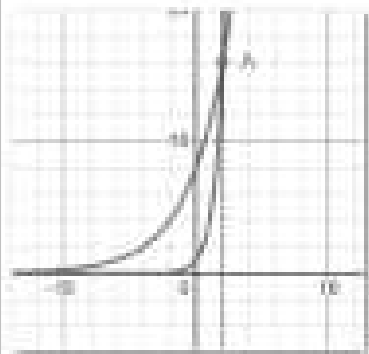
Wiskunde B, HAVO



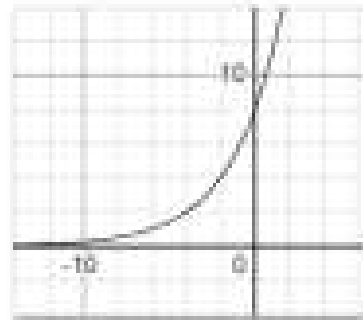
2018-2-antw4



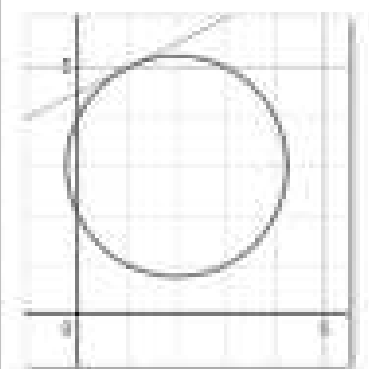
2018-2-antw6



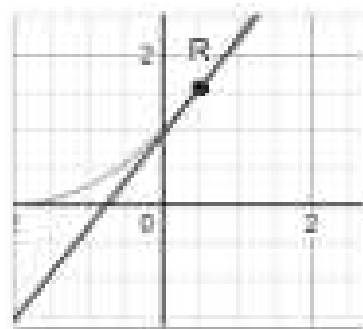
2019-1-antw6



2019-1-antw7



2021-1-antw4



2021-1-antw8

Inhoudsopgave

1. Examenopgaven
2. Uitwerkingen examenopgaven met QR-codes voor Desmos-tools

Domein	in CE	moet in SE	mag in SE
A Vaardigheden	X	X	
B Functies, grafieken en vergelijkingen	X		X
C Meetkundige berekeningen	X		X
D Toegepaste analyse	X	X	



VERANTWOORDING






Deze examenbundel bevat de examenopgaven en de uitwerkingen van het examen wiskunde B HAVO van 2018-1/ 2018-2/ 2019-1 / 2021-1/ 2021-2/ 2021-3/ 2022-1. Het bijzondere hierbij is dat de uitwerkingen ondersteund worden door tools gemaakt met het programma Desmos. Dit programma is erg gebruiksvriendelijk en zeker ook geschikt om door leerlingen gebruikt te worden. Het controleren van de uitwerking kan daardoor op een interactieve manier gedaan worden.

De meest ideale leeromgeving bestaat uit deze examenbundel en een laptop met de interactieve tools. De uitwerkingen in de bundel bevatten QR-codes. Deze kun je scannen met je smartphone en via bijvoorbeeld Whatsapp doorsturen naar je laptop of de laptop van je medeleerling(en).

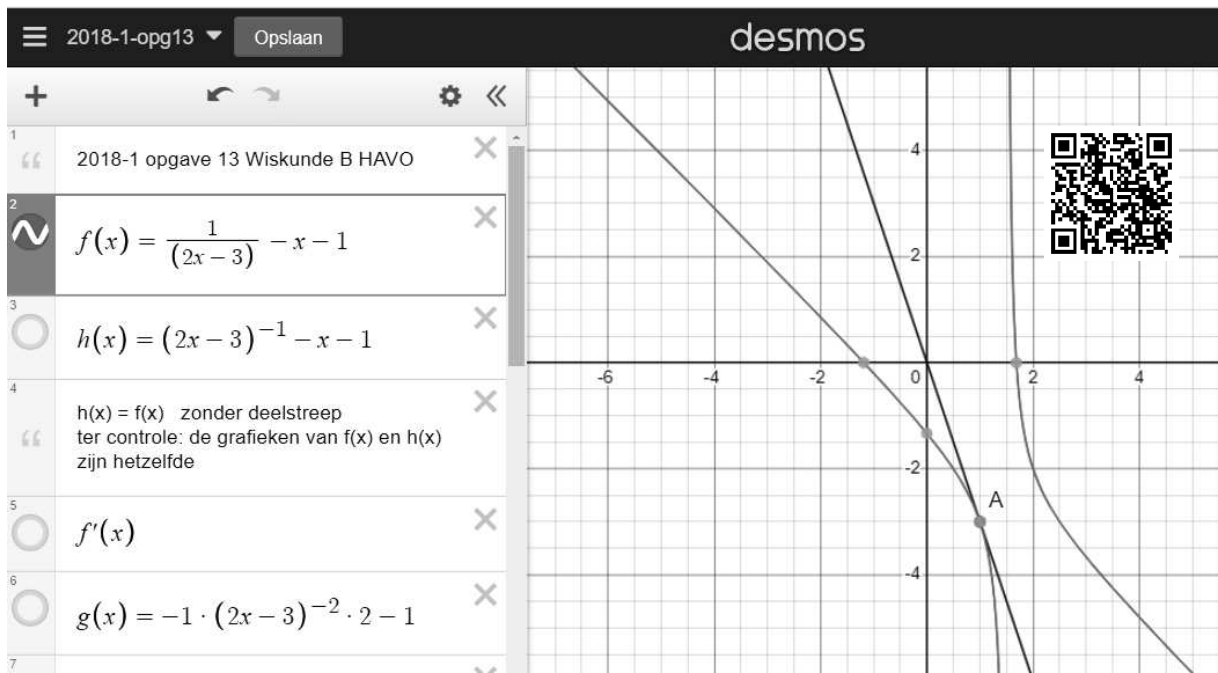
Succes met deze interactieve aanpak,

Jos Vervoort

WERKEN MET DESMOS

1	“ 2018-1 opgave 13 Wiskunde B HAVO	×	Regel 1 naam van de opgave
2	 $f(x) = \frac{1}{(2x-3)} - x - 1$	×	Regel 2 functie $f(x)$ rechts verschijnt de grafiek van $f(x)$
3	 $h(x) = (2x-3)^{-1} - x - 1$	×	Regel 3 Door $f(x)$ te herleiden tot deze vorm kun je deze beter differentiëren. Door op het icoon te klikken kun je de grafiek van $h(x)$ zien. Als de herleiding correct is overlappen de grafieken elkaar.
4	“ $h(x) = f(x)$ zonder deelstreep ter controle: de grafieken van $f(x)$ en $h(x)$ zijn hetzelfde	×	Regel 4 Uitleg van regel 3
5	 $f'(x)$	×	Regel 5 De grafiek van $f'(x)$, de afgeleide van $f(x)$ Deze wordt hierna gebruikt om de controleren of je $f'(x)$ correct hebt afgeleid.
6	 $g(x) = -1 \cdot (2x-3)^{-2} \cdot 2 - 1$	×	Regel 6 Door jou bepaalde afgeleide van $f(x)$ $g(x) = h'(x) = f'(x)$ Gebruik grafiek regel 5 voor controle.
7	“ $g(x)$ is de afgeleide van $h(x)$ of $f(x)$ $g(x) = f'(x)$	×	Regel 7 Uitleg van regel 6
8	 $k(x) = -\frac{2}{(2x-3)^2} - 1$	×	Regel 8 Herleiding van $g(x)$ tot vorm met deelstreep. Gebruik grafiek regel 5 voor controle.
9	“ herleiding $g(x)$ $k(x) = g(x) = f'(x)$	×	Regel 9 Uitleg regel 8

10	$f'(1)$	<input type="text" value="= -3"/>	Regel 10 Waarde van $f'(1)$, de rc van raaklijn in $A(x=1)$, door deze tool berekend. $f'(1) = -3$
11	$g(1)$	<input type="text" value="= -3"/>	Regel 11 Waarde van $g(1)$ ter controle. $g(1) = f'(1) = -3$
12	“ rc van raaklijn in $A(x=1) -3$		Regel 12 Uitleg regel 11
13	<input type="radio"/> $y = -3x + b$		Regel 13 Vergelijking raaklijn in A $rc = -3$ en b moet nog bepaald worden
14	“ vergelijking raaklijn k door A $rc = -3$ en b moet nog bepaald worden		Regel 14 Uitleg regel 13
15	$b = -3 + 3 \cdot 1$	<input type="text" value="b = 0"/>	Regel 15 Raaklijn gaat door $A(1,-3)$ $b = 0$ $x = 1$ en $y = -3$ ingevuld
16	“ punt $A(1,-3)$ ligt op lijn k		Regel 16 Uitleg regel 15
17	<input type="radio"/> $y = -3x$		Regel 17 Vergelijking raaklijn in punt A aan f
18	<input checked="" type="radio"/> $(1,-3)$ <input checked="" type="checkbox"/> Label: <u>A</u>		Regel 18 Punt A afbeelden in grafiek



Gebruik grafische rekenmachine:

De rekenmachine

Bij berekeningen kun je in veel gevallen je rekenmachine gebruiken. Je krijgt dan in het algemeen geen exacte antwoorden maar benaderingen.

Je kunt met je rekenmachine:

- grafieken plotten en tabellen maken
- de toppen van een grafiek vinden
- de snijpunten van grafieken vinden
- vergelijkingen oplossen
- de helling van een grafiek in een punt benaderen
- een hellingsgrafiek plotten

Bij gebruik van je rekenmachine geef je aan hoe je de rekenmachine hebt gebruikt. Daarbij neem je de volgende onderdelen op:

Invoer, Vensterinstelling en de gebruikte Opties.

Als in de opdracht staat: Bereken... of: Los op..., dan heb je de keuze tussen algebraïsch oplossen en oplossen met de rekenmachine.

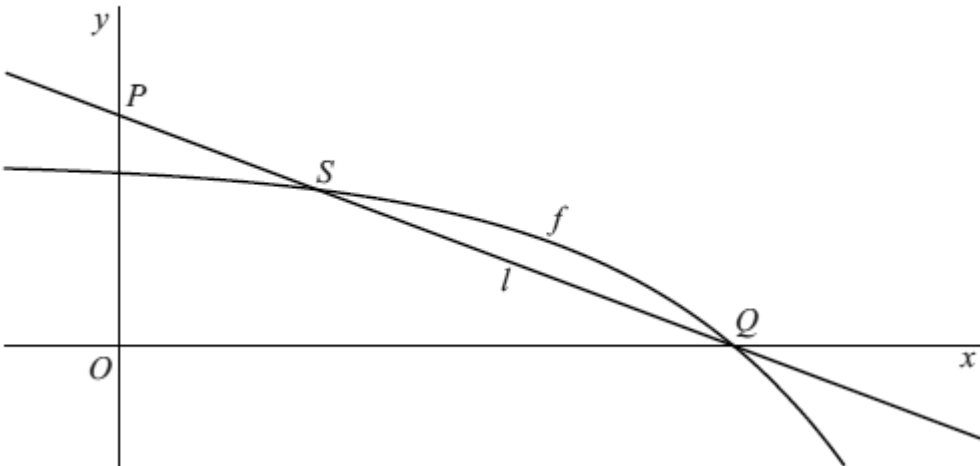
Als in de opdracht staat : Bereken algebraïsch...of: Los exact op dan moet je het probleem met algebra oplossen. Als je een probleem exact moet oplossen, dan moet het antwoord exact zijn. Moet je een probleem algebraïsch oplossen dan mag het antwoord benaderd worden.


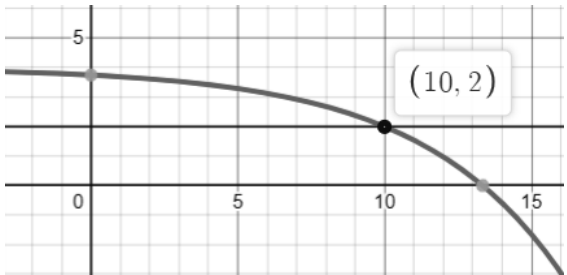

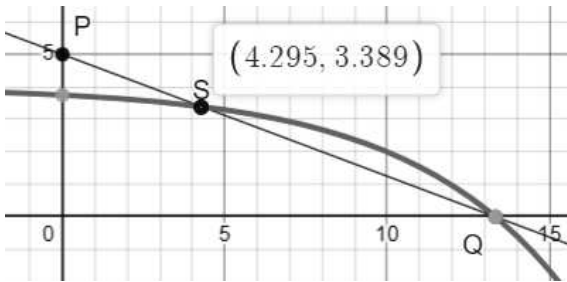

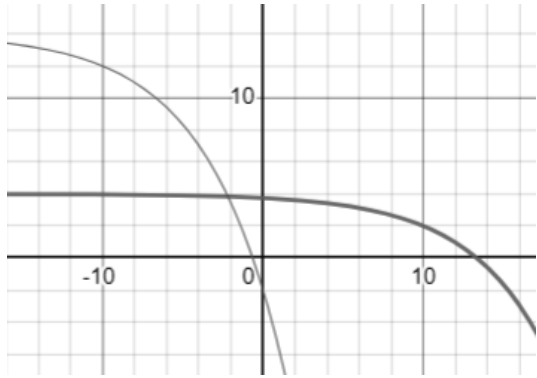
ONDERWERP / OPGAVENUMMER/ DOMEIN / BLZ

2018-1	Macht van 2	1-2-3	B	10
	Afstand 5	4-5	C	12
	Hardlopen	6-7-8	B	15
	Helling	9	D	18
	Horizonafstand	10-11-12	B	19
	Raaklijnen door de oorsprong	13-14	B / D	22
	Hoogwerker	15-16	C	24
	Co(sinus)	17-18	B	27
2018-2	Piano	1-2	B	29
	Twee paren punten op een cirkel	3-4	B / C	32
	Logaritme van een kwadratische functie	5-6	B	34
	Trapezium	7-8	C	36
	Productiviteit	9-10	B / D	38
	Sinus	11-12-13	B	40
	Gebroken functies	14-15-16	B / D	42
	Macht en lijnen	17-18	B / D	45
2019-1	Formule van Wilson	1-2-3	B / D	47
	Ingekleemd	4-5	B / D	49
	Twee exponentiële functies	6-7	B	52
	In of uit	8-9	B / C	54
	Grafiek van een derdegraads functie en een lijn	10-11-12	B / D	58
	Sinusoïden	13-14	B	60
	Schaal van Richter	15-16-17	B	62
	Loodrecht en raken	18	B / C	65
2021-1	Gebroken functie en wortelfunctie	1-2-3	B / D	67
	Twee cirkels en twee lijnen	4-5	B / C	71
	Oppervlakte onder een grafiek	6-7-8-9	B / D	73
	Roeien	10-11	C	77
	Sinusoïde en nog een sinusoïde	12-13	B	80
	Driehoek met maximale oppervlakte	14-15	B / D	84
	De invloed van leeftijd op hardloopprestaties	16-17	B	86

2021-2	Rakende grafieken	1-2-3	B / D	88
	Stedelijke gebieden	4-5-6-7	B / D	90
	Rechthoek om cirkels	8-9	C	94
	Exoten en rodelijstsoorten	10-11-12	B	98
	Drie snijpunten	13-14	B	101
	Functie met log	15-16-17	B / C	103
	In de schijnwerper	18-19-20	C	105
2021-3	Transistors en opslagcapaciteit	1-2-3	B	108
	Hetzelfde snijpunt met de y-as	4	B	111
	Twee transformaties	5-6	B / D	112
	Bouwkraan	7-8	C	114
	Prooidieren en roofdieren	9-10-11	B / D	117
	Raaklijn aan cirkel	12-13-14	B / C	121
	Logaritme en snijpunten	15-16	B	125
	Maximale richtingscoëfficiënt	17	B / D	127
2022-I	Raaklijn aan cirkel	1-2	B / C	129
	Versturen van data	3-4-5	B	131
	Wortelfunctie en transformatie	6-7	B / D	135
	Windmolens	8-9-10	B	137
	Hyperbool	11-12	B / D	140
	Parabool en sinusoiden	13-14	B	142
	Fiets	15-16	B / C	144

Opgaven/uitwerkingen 2018-I

		2018-I Macht van 2	B
3p	1	<p>De functie f is gegeven door $f(x) = 4 - 2^{0,3x-2}$</p> <p>Op de grafiek van f ligt een punt R. De y-coördinaat van R is 2.</p> <p>Bereken exact de x-coördinaat van R.</p> <p>De grafiek van f snijdt de x-as in het punt Q.</p> <p>Verder zijn gegeven het punt $P(0, 5)$ en de lijn l door P en Q.</p> <p>Lijn l en de grafiek van f snijden elkaar behalve in Q ook in het punt S. Zie de figuur.</p> <p>figuur</p> 	
6p	2	<p>Bereken de coördinaten van S. Rond deze coördinaten af op twee decimalen.</p> <p>De grafiek van f wordt 20 naar links en 10 omhoog geschoven. Hierdoor ontstaat de grafiek van een functie g.</p>	
3p	3	<p>De functie g kan geschreven worden in de vorm $g(x) = a + b \cdot 2^{0,3x}$.</p> <p>Bereken de waarden van a en b.</p>	

		2018-1	macht van 2	B		
3p	1	$f(x) = 4 - 2^{0,3x-2} = 2$ $2 = 2^{0,3x-2}$ $2^1 = 2^{0,3x-2}$ $1 = 0,3x - 2$ $0,3x = 3 \rightarrow x = 10$				1 1 1
6p	2	$f(x) = 4 - 2^{0,3x-2} = 0$ Afgelezen op de GR $x_Q = 13,33$ Vergelijking van lijn l: $rc_l = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5}{13,3} = -0,375$ $y = -0,375x + 5$ $4 - 2^{0,3x-2} = -0,375x + 5$ $S(4,30; 3,39)$				1 1 1 1
3p	3	$f(x) = 4 - 2^{0,3x-2}$ $g(x) = 4 - 2^{0,3(x+20)-2} + 10 = 14 - 2^{0,3x+4} = 14 - 2^4 \cdot 2^{0,3x} = 14 - 16 \cdot 2^{0,3x}$ $a = 14 \quad b = -16$				1 1 1 1

2018-I Afstand 5 C

6p

4

De lijn l is gegeven door de vergelijking $y = \frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$

Verder is gegeven het punt $P(6,1)$.

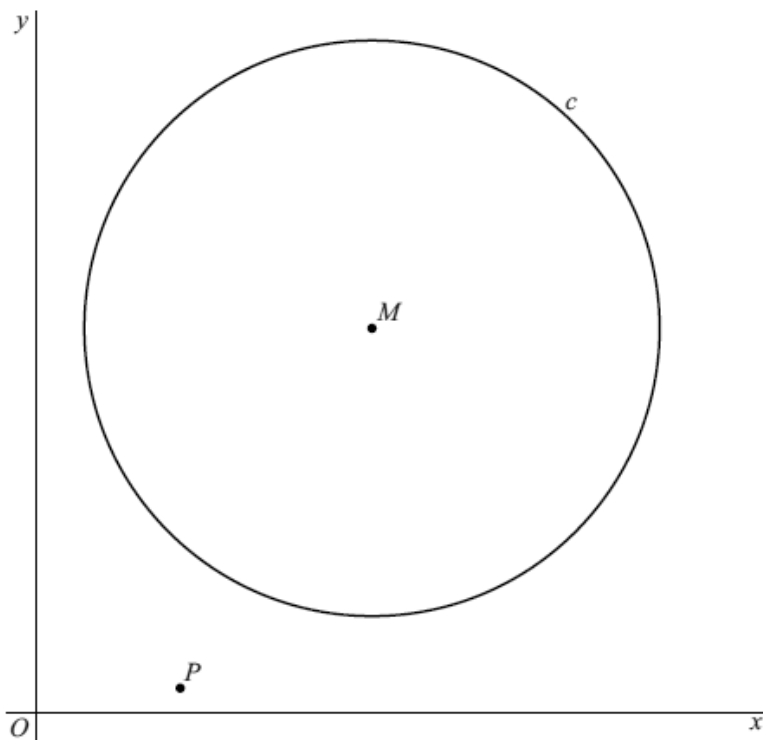
De afstand tussen l en P is 5.

Bewijs dit.

De cirkel c met middelpunt M is gegeven door $x^2 + y^2 - 28x - 32y = -308$.

In de figuur zijn punt P en cirkel c met middelpunt M weergegeven.

figuur



4p

5

De afstand tussen c en P is ook 5.

De afstand tussen M en P is groter dan de afstand tussen M en de x -as.

Bereken exact het verschil tussen deze twee afstanden.

6p 4

rc lijn $m: \frac{-1}{3} = -\frac{4}{3}$
 $\frac{4}{4}$

lijn $m: y = -\frac{4}{3}x + b$

$P(6,1)$

$1 = -\frac{4}{3} \cdot 6 + b \rightarrow b = 9$

$y = -\frac{4}{3}x + 9$

$\frac{3}{4}x + \frac{11}{4} = -\frac{4}{3}x + 9$

$\frac{3}{4}x + \frac{4}{3}x = 9 - \frac{11}{4}$

$\frac{9}{12}x + \frac{16}{12}x = \frac{36}{4} - \frac{11}{4}$

$\frac{25}{12}x = \frac{25}{4}$

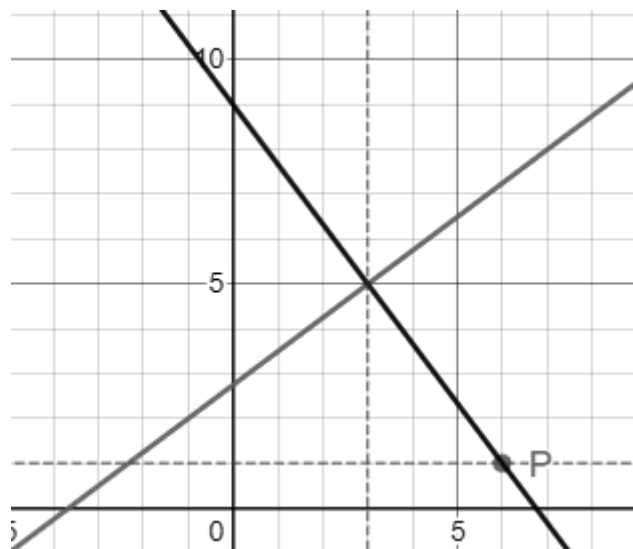
$100x = 300$

$x = 3$

• $x = 3$ invullen in

$y = \frac{3}{4}x + \frac{11}{4}$ of $y = -\frac{4}{3}x + 9$

$y = \frac{3}{4} \cdot 3 + \frac{11}{4} = \frac{20}{4} = 5$



Dus de afstand tussen P en l is $\sqrt{(6-3)^2 + (1-5)^2} = 5$



1
1
1
1
1

4p

5

• (De vergelijking van c kan geschreven worden in de vorm
 $(x-14)^2 + (y-16)^2 = r^2$

$$x^2 + y^2 - 28x - 32y = -308$$

$$x^2 - 28x + 14^2 + y^2 - 32y + 16^2 = -308 + 14^2 + 16^2$$

$$(x-14)^2 + (y-16)^2 = 144$$

$$(x-14)^2 + (y-16)^2 = \sqrt{144}^2$$

$$(x-14)^2 + (y-16)^2 = 12^2$$

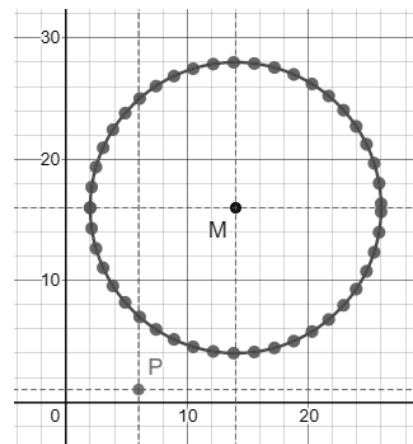
$$M(14,16) \quad r = 12$$

$$MP = \sqrt{(14-6)^2 + (16-1)^2} = 17$$

of

$$MP = r + 5 = 17$$

De afstand tussen M en de x -as is 16
 Het gevraagde verschil is dus $(17 - 16 =) 1$



1

1

1

1

2018-I Hardlopen B

Hardlopers die regelmatig een bepaalde afstand lopen, zijn vaak nieuwsgierig naar hun eindtijd op een andere afstand.
De Amerikaanse onderzoeker Pete Riegel stelde in 1977 de volgende formule op:

$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{s_1}{s_2} \right)^{0,06}$$

Hiermee kan met behulp van de bekende gemiddelde snelheid v_1 op een bepaalde afstand s_1 , de te verwachten gemiddelde snelheid v_2 op een andere afstand s_2 worden uitgerekend.

Hardlopers gebruiken vaak de volgende vuistregel: als de afstand verdubbelt, dan neemt je gemiddelde snelheid met 6% af.

Onderzoek of de bovenstaande formule aan deze vuistregel voldoet.

In de onderstaande tabel staan de wereldrecords hardlopen op de weg bij de heren op een aantal afstanden zoals ze in het jaar 2015 waren.

tabel

wedstrijd	afstand (in meters)	wereldrecordtijd in 2015		
		uren	minuten	seconden
10 km	10 000		26	44
15 km	15 000		41	13
10 mijl	16 093		44	23
20 km	20 000		55	21
halve marathon	21 097		58	23
25 km	25 000	1	11	18
30 km	30 000	1	27	37
marathon	42 195	2	02	57

In de hardloopsport wordt vaak gekeken naar de tijd die een hardloper gemiddeld over een kilometer doet. Dit wordt het **looptempo** genoemd.

Bereken het looptempo van het wereldrecord op de marathon in het jaar 2015. Geef je eindantwoord in hele minuten en seconden nauwkeurig.

3p

6

3p

7