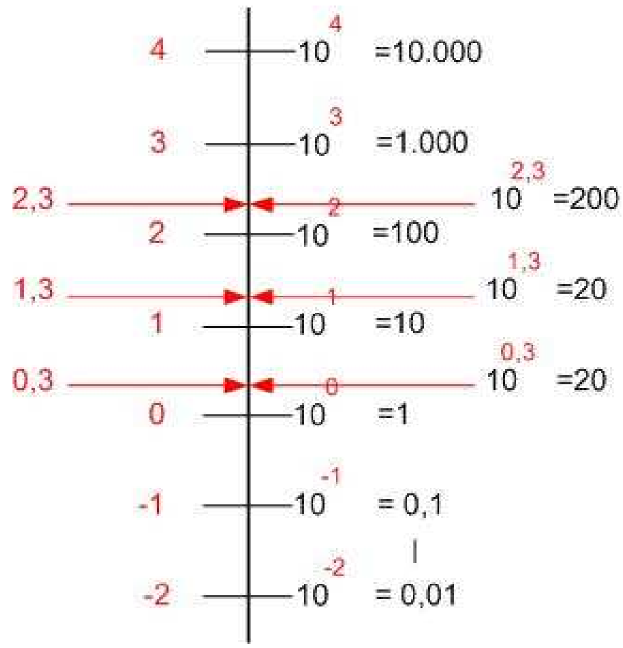
3. Logaritmische grafieken en exponentiële verbanden.

3.1

R1 Op de ^{10}log-schaal is de exponent bij het grondtal 10 lineair uitgezet.
Dus bij 1 hoort 10^1 en bij 2 hoort 10^2 enz.

R2 $2 = 10^{0,3}$; $20 = 10^{1,3}$ en $200 = 10^{2,3}$



R3 Een logschaal heeft geen nulwaarde omdat er geen getal bestaat waarbij $10^{\text{getal}} = 0$.

R4 $K = 4^p$ kun je ook schrijven als een macht met grondtal 10.
$4 = 10^{\log(4)} \rightarrow \textit{afgerond}: 4 = 10^{0,602} \rightarrow 4^p = (10^{0,602})^p = 10^{0,602p}$

R5 $K = 4^p = 10^{0,602p}$
Als je K verticaal uitzet op een ^{10}logschaal dan zet je eigenlijk de exponent 0,602p uit op een lin-schaal en p uit op een horizontale schaal. Je krijgt dan een rechte lijn met helling 0,602.

3.2

R6 De logbewerking gebruik je als je de exponent wil isoleren of berekenen.
Voorbeeld:

$$2 \cdot 3^a = 5 \rightarrow 3^a = 2{,}5 \rightarrow a = {}^3\log(2{,}5)$$

$$\textit{afgerond}: a = \frac{\log(2{,}5)}{\log(3)} = 0{,}834$$

De wortel of oneigenlijke exponent gebruik je om het grondtal te isoleren of te berekenen.
Voorbeeld:

$$2 \cdot a^3 = 5 \rightarrow a^3 = 2{,}5 \rightarrow a = (2{,}5)^{1/3}$$

$$afgerond: a = 1{,}36$$

R7 Door links en rechts te delen door 1000 wordt de macht $(1{,}06)^x$ geïsoleerd om vervolgens x op te lossen m.b.v. logaritme.
Je krijgt dan:

$$1{,}2 = (1{,}06)^x \rightarrow x = {}^{1{,}06}\log(1{,}2) \rightarrow x \approx \frac{\log(1{,}2)}{\log(1{,}06)} = 3{,}13$$

R8

$${}^5\log(x) = \frac{\log(x)}{\log(5)}\ en\ 5\log(x) = 5 \times \log(x)$$

R9

$$3 = 4^{{}^4\log(3)} = 4^{0{,}792}$$

$$2 = 3^{{}^3\log(2)} = 3^{0{,}631}$$

R10 ${}^4\log(3)$ is de exponent die bij het grondtal 4 de waarde 3 geeft.

3.3

R11 Voor $\log(y)$ ofwel de exponent bij het grondtal 10 is de verticale as lineair.

R12 Bij een dubbellog-grafiek y-x vinden we een helling van 1,5.
Voor het snijpunt met de y-as geldt: $\log(x) = 0$ en $\log(y) = 0{,}5$.
Welke formule hoort bij deze grafiek?

$$\log(y) = 1{,}5 \cdot \log(x) + 0{,}5$$

$$\rightarrow \log(y) = \log(0{,}5 \cdot x^{1{,}5}) \rightarrow y = 0{,}5 \cdot x^{1{,}5}$$

3.3

R13 De halfwaardetijd is 10 jaar.

$$N = 1000 \cdot (0{,}5)^n$$

$$50 = 1000 \cdot (0{,}5)^n \rightarrow 0{,}05 = (0{,}5)^n \rightarrow n = {}^{0{,}5}\log(0{,}05)$$

$$\rightarrow n = \frac{\log(0{,}05)}{\log(0{,}5)} = 4{,}3 \rightarrow tijd = n \times T_{1/2} \rightarrow t = 4{,}3 \times 10 = 43\ jaar$$

R14 $N(0) \cdot (1/2)^3$ wordt telkens gehalveerd als n met ‘1’ toeneemt.

R15 $N = N(0) \cdot (0{,}5)^n$ is hetzelfde als $N = N(0) \cdot (2)^{-n}$

$$0{,}5 = \frac{1}{2} = 2^{-1} \rightarrow (0{,}5)^n = (2^{-1})^n = 2^{-n}$$

3.4

R16 $\boxed{N = N(0) \cdot (\frac{1}{2})^n}$ kun je ook schrijven als $\boxed{N = N(0) \cdot (\frac{1}{4})^k}$

Iedere keer als k met '1' toeneemt blijft er nog ¼ deel over.

R17 $\boxed{N = N(0) \cdot (0{,}9)^n}$

Als n met '1' toeneemt wordt N 0,9× groter.

R18 $\boxed{\Delta T = \Delta T(0) \cdot (\frac{1}{2})^n}$

$\Delta T = 5\ {}^0C$ en $T(\text{omgeving}) = 25\ {}^0C$

dan $T(\text{voorwerp}) = 30\ {}^0C$ bij afkoelen

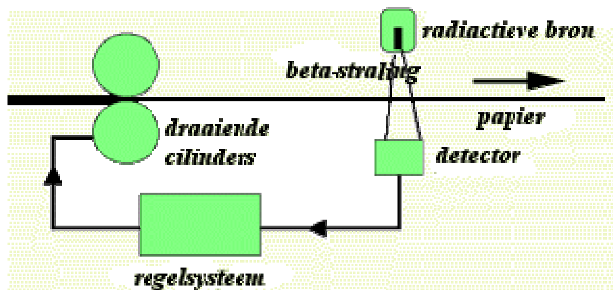
dan $T(\text{voorwerp}) = 20\ {}^0C$ bij opwarmen

3.5

R19 Voor de doorgaande energie geldt: $E_d = E_i \cdot (0{,}2)^n$
n is het aantal keer dat 80% van de energie geabsorbeerd is.

R20 Bestudeer de site waarnaar verwezen wordt.

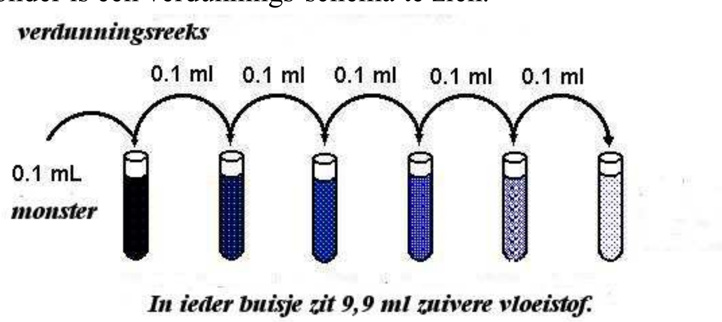
R21 In de papierindustrie wordt de hier afgebeelde meetmethode gebruikt.



Via bestraling met elektronen wordt de dikte bepaald van het papier. Als deze te groot is zorgt een regelsysteem er voor dat de afstand tussen de draaiende cilinders kleiner wordt.

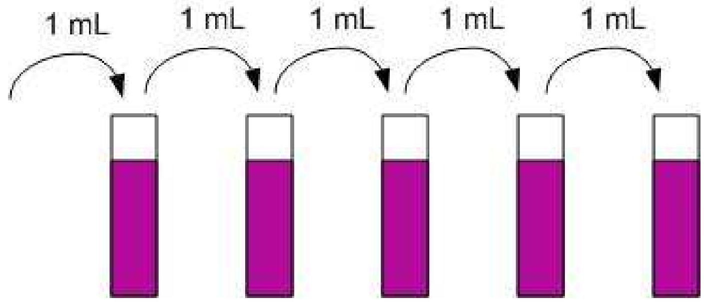
3.7

R23 Hieronder is een verdunnings-schema te zien.



Iedere keer wordt 0,1 mL monster verdund met 9,9 mL zuivere vloeistof, ofwel iedere keer wordt 100× verdund.
Dus na 6 keer verdunnen is in totaal 10^{12}× verdund.

R24 Een verdunningsreeks van 10 tot 10^5.



In ieder buisje zit 9 mL zuivere vloeistof

3.8

R25 ${}^2\log$ betekent de exponent bij het grondtal 2
${}^2\log(8) = 3$
$2^{1,5} = 2,83$

R26 $N = N(0) \cdot 2^n$

$$n = \frac{t}{T_2} \rightarrow N = N(0) \cdot 2^{t/T_2}$$