3. Gebroken functies.

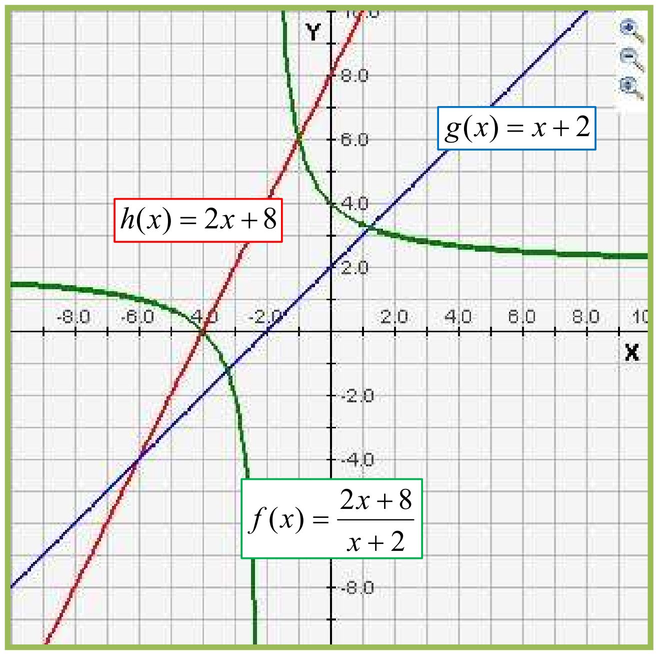
3.1

R1

$$f(x) = \frac{4}{x+2} + 2$$

$$\frac{4}{x+2} + 2 = \frac{4}{x+2} + \frac{2(x+2)}{x+2} = \frac{4+2x+4}{x+2} = \frac{2x+8}{x+2}$$

R2



Als x van rechts nadert tot -2 ($x \downarrow -2$) dan nadert de noemer van $f(x)$ tot 0 en nadert de y-waarde van $f(x)$ tot ∞

$$\lim_{x\to\infty} \frac{h(x)}{g(x)} = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{2x+8}{x+2}\right) = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{\frac{2x}{x}+\frac{8}{x}}{\frac{x}{x}+\frac{2}{x}}\right) = \lim_{x\to\infty} \left(\frac{2+\frac{8}{x}}{1+\frac{2}{x}}\right) = \frac{2}{1} = 2$$

Dit klopt met de grafiek.

R3

Bij $f(x) = \frac{2x+8}{x+2}$ in de vorige vraag zie je direct dat de $y = 2$ de horizontale asymptoot en $x = -2$ de verticale asymptoot is.
Als x zeer groot wordt dan wordt de teller ongeveer $2x$ en de noemer ongeveer x. *en* $\frac{2x}{x} = 2$

Voor het snijpunt met de verticale as geldt :

$$x = 0 \ en\ y = \frac{2 \times 0 + 8}{0 + 2} = \frac{8}{2} = 4$$
$$snijpunt\ \ y - as : (0; 4)$$

Als x van links nadert tot -2 dan $(x + 2) < 0$ en $(x + 2)$ nadert tot 0 ,dus f(x) nadert tot $-\infty$
Als x van rechts nadert tot -2 dan $(x + 2) > 0$ en $(x + 2)$ nadert tot 0 ,dus f(x) nadert tot $+\infty$ dan nadert $f(x)$ tot $+\infty$

R4 De functie $f(x) = \dfrac{-2x + 8}{x + 3}$ niet gedefinieerd voor x = -3 omdat de noemer dan 0 is en $f(x)$ naar oneindig gaat ofwel geen bepaalde waarde heeft.

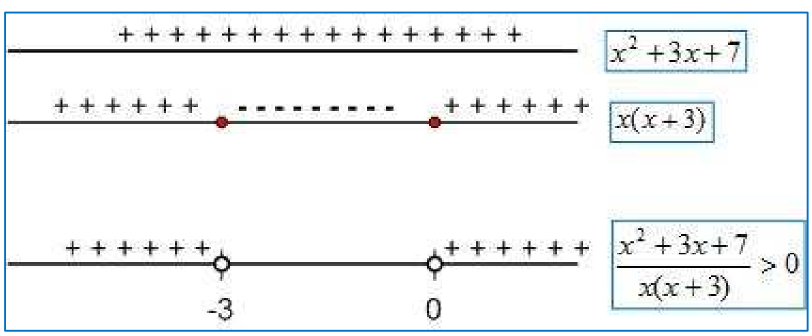
3.2

R5 Om het functievoorschrift van een hyperbool op te stellen heb je de volgende gegevens nodig.

1 De 2 asymptoten en 1 punt
2 1 asymptoot en 2 punten

R6 Bij ongelijkheden (<, >, ≤, ≥) is een tekenoverzicht een handige tool.
Voorbeeld:

$$\frac{x+2}{x} > \frac{2x-1}{x+3}$$
$$\rightarrow \frac{x+2}{x} - \frac{2x-1}{x+3} > 0$$
$$\frac{(x+2)(x+3)}{x(x+3)} - \frac{x(2x-1)}{x(x+3)} = \frac{x^2+5x+6-2x+1}{x(x+3)}$$
$$\rightarrow \frac{x^2+3x+7}{x(x+3)} > 0$$



$$\frac{x^2+3x+7}{x(x+3)} > 0 \ als\ x < -3 \ of\ \ x > 0$$

R7 Soms kun je de coëfficiënten van een hyperbolisch verband beter bepalen door de functie te lineariseren.
De vergelijking van Michaelis Menten.

Als $\boxed{v = \frac{v_{\max} \cdot s}{s + K_m}}$ dan geldt ook $\boxed{\frac{1}{v} = \frac{s + K_m}{v_{\max} \cdot s}}$ $(als\ a = 2\ dan\ \frac{1}{a} = \frac{1}{2})$

$$\boxed{\frac{1}{v} = \frac{s + K_m}{v_{\max} \cdot s} \rightarrow \frac{1}{v} = \frac{s}{v_{\max} \cdot s} + \frac{K_m}{v_{\max}} \cdot \frac{1}{s} \rightarrow \frac{1}{v} = \frac{K_m}{v_{\max}} \cdot \frac{1}{s} + \frac{1}{v_{\max}}}$$

Voor een aantal waardes van s bepaal je de bijbehorende waardes van v.

Vervolgens bepaal je hiermee $\frac{1}{s}$ *en* $\frac{1}{v}$.

Als je $\frac{1}{v}$ verticaal uitzet tegen $\frac{1}{s}$ krijg je een rechte lijn met de vergelijking $y = \mathrm{a}x + \mathrm{b}$

$$y = \mathrm{a}x + \mathrm{b}$$

$$y = \frac{1}{v}$$

$$x = \frac{1}{s}$$

$$helling\ \mathrm{a} = \frac{K_m}{v_{\max}}\ en\ snijpunt\ y-as\ \mathrm{b} = \frac{1}{v_{\max}}$$

Het hellingsgetal a en het snijpunt met y-as b kun je m.b.v. de grafiek bepalen.
Vervolgens kun je hiermee de coëfficiënten K_{m} en $v_{\max}$ berekenen.

3.3

R8 Bij $\boxed{\frac{2x+2}{x-3} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{3x^2+4x-7}{(x-3)(x+1)}}$ doe je dezelfde bewerking als

bij $\boxed{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}}$ $\boxed{\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}}$

Voor $x = 3$ of voor $x = -1$ is de functie niet gedefinieerd.

R9 Bij $\boxed{\frac{2x+2}{x-3} \times \frac{x+3}{x+1} = \frac{2x^2+8x+6}{(x-3)(x+1)}}$ doe je dezelfde bewerking

als bij $\boxed{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}}$ $\boxed{\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}}$

Voor $x = 3$ of voor $x = -1$ is de functie niet gedefinieerd.

R10 Leg met behulp van een voorbeeld uit waarom De verticale asymptoten komen beide terug in de grafiek van het product van twee gebroken functies.
De horizontale asymptoot is gelijk aan het product van de afzonderlijke horizontale asymptoten?

$$f(x) = \frac{(x+1)}{(2x-2)} \cdot \frac{(3x+6)}{(x+2)}$$

Als $(2x - 2)$ tot 0 nadert (ofwel x tot 1 nadert) dan $f(x) \to \pm\infty$

Als $(x + 2)$ tot 0 nadert (ofwel x tot -2 nadert) dan $f(x) \to \pm\infty$

Als x zeer groot wordt dan $f(x) = \frac{(x)}{(2x)} \cdot \frac{(3x)}{(x)} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{1}$