3. Gebroken functies.

Opgave 3.1 Functievoorschrift gebroken functie.

a

$$y = \frac{1}{x}$$
$$\text{als } x \to 0 \text{ dan } y \to \pm\infty$$
$$\textit{verticale asymptoot}: x = 0$$
$$\text{als } x \to \pm\infty \text{ dan } y \to 0$$
$$\textit{horizontale asymptoot}: y = 0$$

b

$$y = \frac{1}{x} + 2 \to y = \frac{1}{x} + \frac{2x}{x} = \frac{2x+1}{x}$$
$$\text{als } x \to 0 \text{ dan } y \to \pm\infty$$
$$\textit{verticale asymptoot}: x = 0$$
$$y = \frac{1}{x} + 2$$
$$\text{als } x \to \pm\infty \text{ dan } y \to 2$$
$$\textit{horizontale asymptoot}: y = 2$$

c

$$y = \frac{2}{x-2} + 2 \to y = \frac{2 + 2(x-2)}{x-2} = \frac{2x-2}{x-2}$$
$$\text{als } x \to 2 \text{ dan } y \to \pm\infty$$
$$\textit{verticale asymptoot}: x = 2$$
$$\text{als } x \to \pm\infty \text{ dan } y \to \frac{2x}{x} = 2$$
$$\textit{horizontale asymptoot}: y = 2$$

d

$$y = \frac{3x-2}{0{,}5x-1}$$
$$\text{verticale asymptoot}: 0{,}5x = 1 \to x = 2$$
$$\text{als } x \to \pm\infty \text{ dan } y \to \frac{3x}{0{,}5x} = 6$$
$$\textit{horizontale asymptoot}: y = 6$$

e

$$y = \frac{0{,}5x + 2{,}5}{-x-2}$$
$$\text{verticale asymptoot}: \text{-}x = 2 \to x = -2$$
$$\text{als } x \to \pm\infty \text{ dan } y \to \frac{0{,}5x}{-x} = -0{,}5$$
$$\textit{horizontale asymptoot}: y = -0{,}5$$

f

$$y=\frac{4x}{x+2}+4=\frac{4x+4(x+2)}{x+2}=\frac{8x+8}{x+2}$$
$$vert.\ asymptoot: x=-2$$
$$\text{als } x\to\pm\infty \text{ dan } y\to\frac{8x}{x}=8$$
$$horizontale\ asymptoot: y=8$$

g

$$y=\frac{4}{2-3x}+4=\frac{4+4(2-3x)}{2-3x}=\frac{-12x+12}{-3x+2}$$
$$vert.\ asymptoot: 3x=2\to x=\frac{2}{3}$$
$$\text{als } x\to\pm\infty \text{ dan } y\to\frac{-12x}{-3x}=4$$
$$vert.\ asymptoot: y=4$$

h $y=\dfrac{3x+1}{4x+2}+1$ verticale asymptoot: $x=-\dfrac{1}{2}$

horizontale asymptoot: $y=1\dfrac{3}{4}$

i $y=\dfrac{4}{3x+6}+2$ verticale asymptoot: $x=-2$
horizontale asymptoot: $y=2$

Opgave 3.2 **Grafieken verschuiven.**

Bepaal het functievoorschrift waarmee de grafiek van $f(x)=\dfrac{4x+1}{x-2}$ op de volgende manier verplaatst wordt:

a 2 naar links

$$m(x)=\frac{4(x+2)+1}{(x+2)-2}=\frac{4x+9}{x}$$

`

Door voor x de term (x + 2) in te vullen verschuif je de grafiek twee plaatsen naar links. Voor x = -2 heeft deze grafiek van m(x) dezelfde waarde als f(x) voor x = 0.

$$n(x)=\frac{4x+9}{x}-1 \quad of \quad n(x)=\frac{4x+9}{x}-\frac{1\times x}{x}=\frac{4x+9-x}{x}=\frac{3x+9}{x}$$

Door m(x) – 1 te doen worden alle waardes van m(x) met 1 verminderd. De grafiek schuift dus 1 naar beneden

b 3 naar rechts en 2 naar boven.

$$k(x)=\frac{4(x-3)+1}{(x-3)-2}+2=\frac{4x-11}{x-5}+2$$
$$of \quad k(x)=\frac{4x-11}{x-5}+\frac{2(x-5)}{(x-5)}=\frac{6x-21}{x-5}$$

c $$\boxed{g(x)=\frac{4(x+2)+1}{(x+2)-2}+1}$$

verschuiving **2** naar links en **1** naar boven

d
$$g(x)=\frac{4(x+2)+1}{(x+2)-2}+1=\frac{4x+9}{x}+1=\frac{4x+9+x}{x}=\frac{5x+9}{x}$$
$$a\lg emeen: g(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$$
$$met\ a=5;\ b=9;\ c=1\ en\ d=0$$

e
$$g(x)=\frac{9}{x}+5$$
$$\text{als } g(x)=\frac{a}{bx+c}+d$$
$$\text{dan}: a=9;\ b=1;\ c=0\ en\ d=5$$

f $$\boxed{f(x)=\frac{4x+1}{x-2}}$$

Als $x \to \pm\infty$ dan $f(x) \to 4$ dus horizontale asymptoot $y = 4$
Als $x \uparrow 2$ dan $f(x) \to -\infty$
Als $x \downarrow 2$ dan $f(x) \to \infty$ dus verticale asymptoot $x = 2$

Als x van links naar 2 gaat is (x – 2) negatief en zeer klein en is de y-waarde dus negatief en zeer groot.
Als x van rechts naar 2 gaat is (x – 2) positief en zeer klein en is de y-waarde dus positief en zeer groot.

Limietnotatie:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{4x+1}{x-2}\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{4+\frac{1}{x}}{1-\frac{2}{x}}\right)=4$$
$$\lim_{x\uparrow 2}\left(\frac{4x+1}{x-2}\right)=-\infty$$
$$\lim_{x\downarrow 2}\left(\frac{4x+1}{x-2}\right)=\infty$$

$$g(x)=\frac{9}{x}+5$$

Als $x \to \pm\infty$ dan $f(x) \to 5$ dus horizontale asymptoot $y = 5$
Als $x \uparrow 0$ dan $f(x) \to -\infty$
Als $x \downarrow 0$ dan $f(x) \to \infty$ dus verticale asymptoot $x = 2$

Opgave 3.3 **Limieten**

Bepaal de volgende limieten.

a $$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-3}{4x-4}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{\frac{2x}{x}-\frac{3}{x}}{\frac{4x}{x}-\frac{4}{x}}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2-\frac{3}{x}}{4-\frac{4}{x}}\right)=\frac{2}{4}=0{,}5$$

Alle termen delen door x levert hetzelfde antwoord

b $$\lim_{x\uparrow 1{,}5}\left(\frac{2}{2x-3}+1\right)=\lim_{x\uparrow 1{,}5}\left(\frac{2x-1}{2x-3}\right)=-\infty$$

$(2x-3)<0$ en zeer klein en $(2x-1)>0$

c $$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{-x+3}{2x-3}\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{-1+\frac{3}{x}}{2-\frac{3}{x}}\right)=\frac{-1}{2}=-0{,}5$$

d $$\lim_{x\downarrow \frac{2}{3}}\left(\frac{-2}{3x-2}-2\right)=\lim_{x\downarrow \frac{2}{3}}\left(\frac{-2-2(3x-2)}{3x-2}\right)=\lim_{x\downarrow \frac{2}{3}}\left(\frac{-6x+2}{3x-2}\right)=-\infty$$

$(3x-2)>0$ en zeer klein en $(-6x+2)<0$

Opgave 3.4 **Functievoorschrift herleiden**

a $$y=\frac{1}{x}+2=\frac{1}{x}+\frac{2x}{x}=\frac{1+2x}{x}$$

b $$y=\frac{1}{x-2}+2=\frac{1}{x-2}+\frac{2(x-2)}{(x-2)}=\frac{2x-3}{x-2}$$

c $$y=\frac{3x+4}{x-2}=\frac{3(x-2)+3\times 2+4}{x-2}=\frac{3(x-2)+10}{x-2}=\frac{10}{x-2}+3$$

d $$y=\frac{-0{,}5x-2}{x+1}=\frac{-0{,}5(x+1)+0{,}5-2}{x+1}=\frac{-1{,}5}{x+1}-0{,}5$$

e $$y=\frac{2x+7}{x+3}$$ $(x\neq -3)$

Als $x \uparrow -3$ dan $(x + 3)$ zeer klein $(\to 0)$ en positief en omdat $(2x + 7)$ dan ongeveer $+1$ is gaat de *y-waarde* naar $+\infty$

f $y = \dfrac{2(x^2-4)}{x-2} = \dfrac{2(x+2)(x-2)}{(x-2)} = 2(x-2)$ $\quad (x \neq 2)$

De grafiek is een rechte lijn met helling 2 en snijpunt y-as (0; -4)
Voor $x = 2$ is de functie niet gedefinieerd! Dit is een gaatje in de grafiek. Je kunt dit aangeven met een open rondje.

Opgave 3.5 **Bepaal functievoorschrift van de hyperbool.**

a

$$y = \frac{-3x+b}{x-2}$$
$$1 = \frac{-3\times 3+b}{3-2} \rightarrow 1 = -9+b \rightarrow b = 10$$
$$y = \frac{-3x+10}{x-2}$$

b

$$y = \frac{2x+b}{x+1}$$
$$3 = \frac{2\times -4+b}{-4+1} \rightarrow -9 = -8+b \rightarrow b = -1$$
$$y = \frac{2x-1}{x+1}$$

c

$$y = \frac{ax+b}{x-3}$$
$$3 = \frac{a+b}{1-3} \rightarrow -6 = a+b$$
$$1 = \frac{5a+b}{5-3} \rightarrow \underline{2 = 5a+b} \quad \boxed{-}$$
$$-8 = -4a$$
$$a = \frac{-8}{-4} = 2 \rightarrow b = -6-a = -8$$
$$y = \frac{2x-8}{x-3}$$

Opgave 3.6 **Snijpunten bepalen en tekenonderzoek.**

a

$$f(x)=\frac{2x+3}{x-3} \quad \text{en} \quad g(x)=x+1 \quad x\neq 3$$

$$\frac{2x+3}{x-3}=x+1 \to 2x+3=(x+1)(x-3)$$

$$\to 2x+3=x^2-2x-3$$

$$\to x^2-4x-6=0$$

$$b^2-4ac=16-4\times 1\times -6=40$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \to x_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{40}}{2}=2\pm\sqrt{10}$$

$$x_1=2+\sqrt{10} \to y_1=x+1=3+\sqrt{10} \to \textit{snijpunt } 1:((2+\sqrt{10});(3+\sqrt{10}))$$

$$x_2=2-\sqrt{10} \to y_2=x+1=3-\sqrt{10} \to \textit{snijpunt } 2:((2-\sqrt{10});(3-\sqrt{10}))$$

$$\textit{afgerond}: S\,1:(5{,}16;\,6{,}16) \quad \textit{en} \quad S\,2:(-1{,}16;\,-0{,}16)$$

b

$$f(x)=\frac{2x+3}{x-3} \quad \text{en} \quad g(x)=-x+5 \quad x\neq 3$$

$$\frac{2x+3}{x-3}=-x+5 \to 2x+3=(-x+5)(x-3)$$

$$\to 2x+3=-x^2+8x-15$$

$$\to x^2-6x+18=0$$

$$D=b^2-4ac=36-4\times 1\times 18=-36$$

$D<0$ dus geen oplossingen ofwel geen snijpunten.

c

$$f(x)=\frac{2x+2}{x-3} \quad \text{en} \quad g(x)=\frac{x-2}{x+2} \quad x\neq 3 \wedge x\neq -2$$

$$\frac{2x+2}{x-3}=\frac{x-2}{x+2} \to (2x+2)(x+2)=(x-3)(x-2)$$

$$\to 2x^2+6x+4=x^2-5x+6$$

$$\to x^2+11x-2=0$$

$$b^2-4ac=121-4\times 1\times -2=129$$

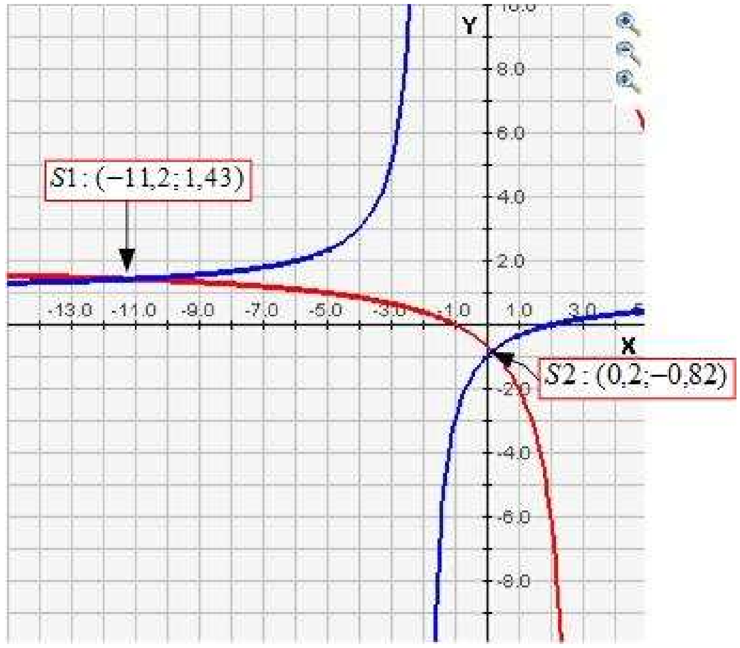
$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \to x_{1,2}=\frac{-11\pm\sqrt{129}}{2}=-\frac{11}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{129}$$

$$\textit{afgerond}: x_{1,2}=-5{,}5\pm 5{,}7 \to x_1=-11{,}2 \quad \to y_1=\frac{-11{,}2-2}{-11{,}2+2}=1{,}43$$

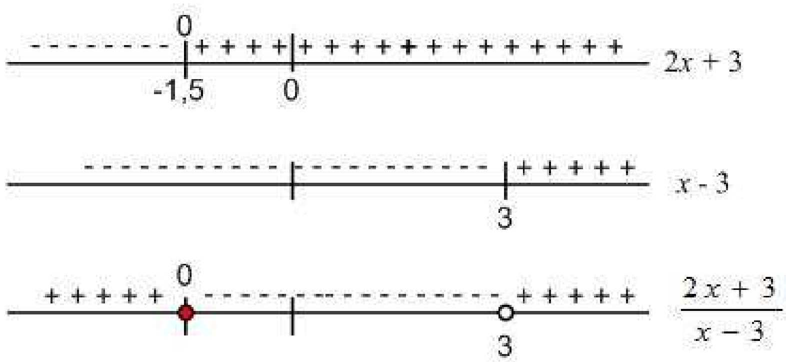
$$x_2=0{,}2 \to y_1=\frac{0{,}2-2}{0{,}2+2}=-0{,}82$$

$$S1:(-11{,}2;\,1{,}43) \quad \textit{en} \quad S2:(0{,}2;-0{,}82)$$

1.3



d

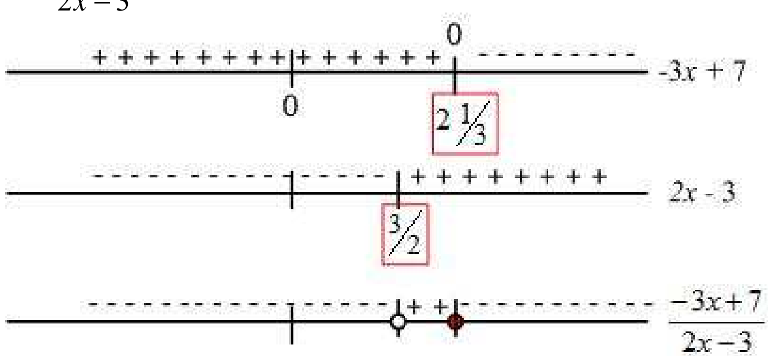


$$\frac{2x+3}{x-3} > 0 \quad als \ x < -1{,}5 \quad of \quad x > 3$$

e

$$\frac{x+1}{2x-3} \leq 2 \quad \rightarrow \frac{x+1}{2x-3} - 2 \leq 0 \rightarrow \frac{(x+1)-2(2x-3)}{2x-3} \leq 0$$

$$\rightarrow \frac{-3x+7}{2x-3} \leq 0 \quad x \neq 1{,}5$$



$$\frac{-3x+7}{2x-3} \leq 0 \quad als \ x < \tfrac{3}{2} \quad of \quad x \geq 2\tfrac{1}{3}$$

Opgave 3.7 **Snijpunten bepalen en ongelijkheden.**

a

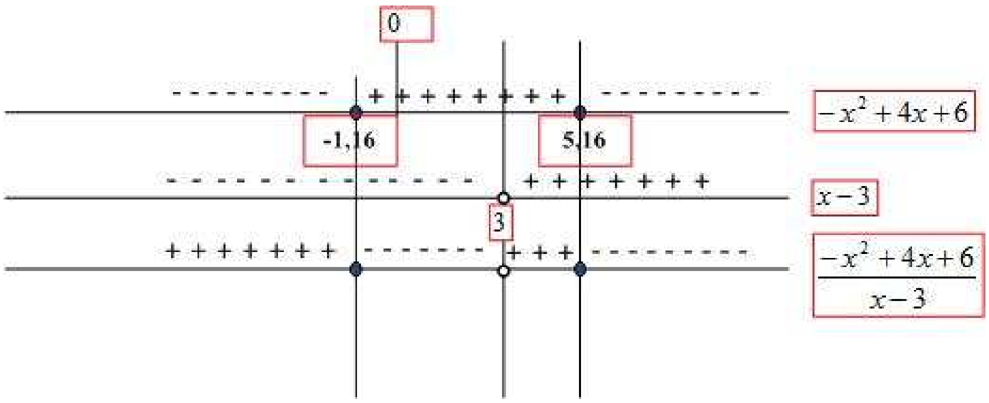
$$\frac{2x+3}{x-3} > x+1 \rightarrow \frac{2x+3}{x-3} - (x+1) > 0$$

$$\rightarrow \frac{2x+3-(x+1)(x-3)}{x-3} > 0 \rightarrow \frac{-x^2+4x+6}{x-3} > 0 \quad x \neq 3$$

We gaan tekenonderzoek doen van $(-x^2+4x+6)$

$$-x^2+4x+6=0 \rightarrow x^2-4x-6=0$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16+24}}{2} = 2 \pm \sqrt{10} \rightarrow afgerond: x_{1,2} = 2 \pm 3{,}16$$



$$x < -1{,}16 \ of \ 3 < x < 5{,}16$$

b

$$\frac{2x+2}{x-3} = \frac{x-2}{x+2} \qquad (x \neq 3 \ en \ x \neq -2)$$

$$\rightarrow (2x+2)(x+2) = (x-2)(x-3) \rightarrow 2x^2+6x+4 = x^2-5x+6$$

$$\rightarrow x^2+11x-2=0$$

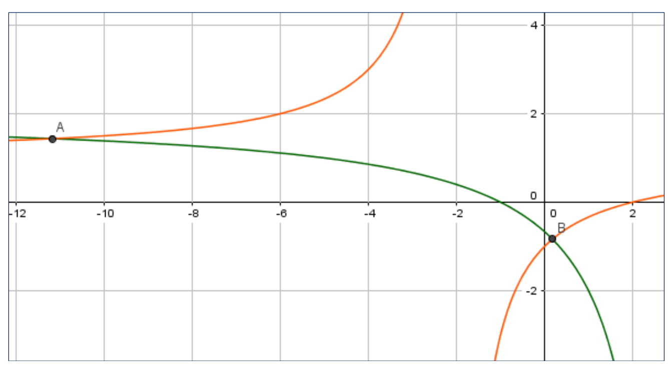
$$\rightarrow x_{1,2} = \frac{-11 \pm \sqrt{121+8}}{2} = -\frac{11}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{129}$$

$$afgerond: x_{1,2} = -5{,}50 \pm 5{,}68$$

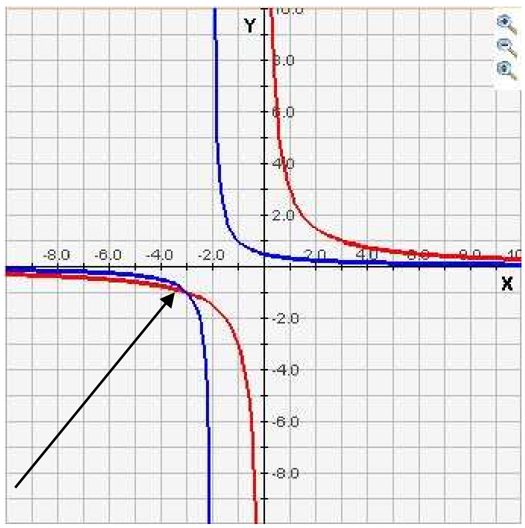
$$x_1 = -11{,}18 \rightarrow y_1 = \frac{-11{,}18-2}{-11{,}18+2} = 1{,}44$$

$$x_2 = 0{,}18 \rightarrow y_2 = \frac{0{,}18-2}{0{,}18+2} = -0{,}83$$

$$snijpunten: S_1(-5{,}68; 2{,}09) \ en \ S_2(0{,}18; -0{,}83)$$



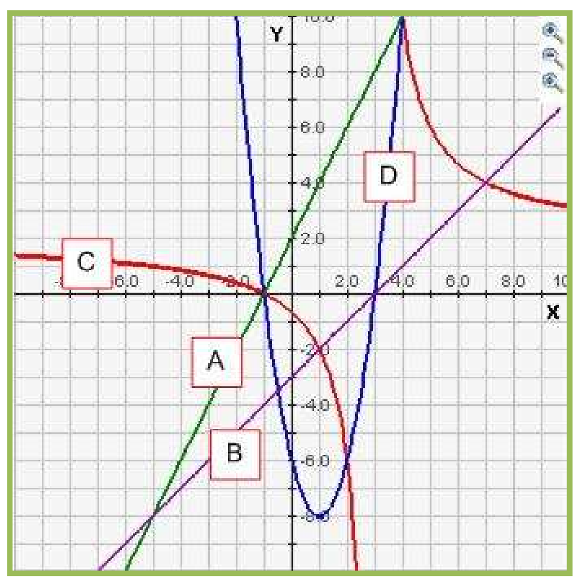
c $\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{3}{x} = \dfrac{1}{x+2} \rightarrow 3(x+2) = x \qquad (x \neq 0 \ en \ x \neq -2) \\ \rightarrow 2x = -6 \rightarrow x = -3 \rightarrow y = \dfrac{3}{-3} = -1 \\ snijpunt: \quad S(-3; -1) \end{array}}$



Opgave 3.8 **Snijpunten bepalen en ongelijkheden.**

In de figuur hierna zijn de grafieken weergegeven van de functies

$f(x) = 2x + 2$
$g(x) = x - 3$
$h(x) = (2x + 2)(x - 3)$
$k(x) = \dfrac{2x+2}{x-3}$



a **A:** $f(x)$ rechte lijn met helling 2
B: $g(x)$ rechte lijn met helling 1
C: $k(x)$ hyperbool
D: $h(x)$ parabool met snijpunten (-1;0) en (3,0)

b Welke waarde heeft $k(x)$ als geldt: $f(x) = g(x)$

$$\boxed{\begin{array}{l} 2x+2 = x-3 \rightarrow x = -5 \\ k(-5) = \dfrac{(2\times -5)+2}{-5-3} = \dfrac{-8}{-8} = 1 \\ \textit{klopt met grafiek} \end{array}}$$

c $h(-5) = (2\times -5+2)(-5-3) = -8\times -8 = 64$

d $n(x) = f(x)+g(x) \rightarrow n(x) = 2x+2+(x-3) = 3x-1$

Opgave 3.9 Michaelis-Menten

a
$$\boxed{v = \frac{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}\cdot[s]}{[s]+\mathrm{k}_{\mathrm{m}}} \rightarrow y = \frac{100x}{x+0{,}5}}$$

b asymptoten: horizontaal $y = 100$

: verticaal $x = \text{-}0{,}5$

c x ofwel $[s]$ is een concentratie en die is altijd >0
y ofwel v is de omzetsnelheid van de enzymen en ook deze is altijd positief.

d
$$\boxed{\begin{array}{l} y = \dfrac{100x}{x+0{,}5} \rightarrow 50 = \dfrac{100x}{x+0{,}5} \rightarrow 50(x+0{,}5) = 100x \\ \rightarrow 50x+25 = 100x \rightarrow 25 = 50x \rightarrow x = 0{,}5\ \mu\mathrm{mol}/\mathrm{L} \end{array}}$$

Men noemt dit de $\mathrm{k_m}$-waarde.

Opgave 3.10 Lineariseren

a
$$\boxed{\begin{array}{l} v = \dfrac{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}\cdot[s]}{[s]+\mathrm{k}_{\mathrm{m}}} \rightarrow \dfrac{1}{v} = \dfrac{[s]+\mathrm{k}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}\cdot[s]} \rightarrow \dfrac{1}{v} = \dfrac{[s]}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}\cdot[s]} + \dfrac{\mathrm{k}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}\cdot[s]} \\ \rightarrow \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}} + \dfrac{\mathrm{k}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}\cdot[s]} \rightarrow \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}} + \dfrac{\mathrm{k}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}}\cdot\dfrac{1}{[s]} \end{array}}$$

$$\textit{opm}: \boxed{\begin{array}{l} \textit{als}\ a = b \quad \textit{dan ook}\ \dfrac{1}{a} = \dfrac{1}{b} \\ \textit{en}\quad \dfrac{p}{qs} = \dfrac{p}{q}\cdot\dfrac{1}{s} \end{array}}$$

b
$$\boxed{\begin{array}{l} \dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}} + \dfrac{\mathrm{k}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}}\cdot\dfrac{1}{[s]} \rightarrow y(x) = ax+b \\ y = \dfrac{1}{v} \quad x = \dfrac{1}{[s]} \quad a = \dfrac{\mathrm{k}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}} \quad \textit{en} \quad b = \dfrac{1}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}} \end{array}}$$

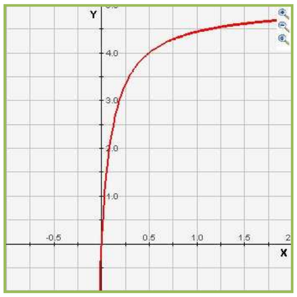
c
$$\boxed{\begin{array}{l} y(0) = 0{,}2 \rightarrow \dfrac{1}{v_{\mathrm{max}}} = 0{,}2 \rightarrow v_{\mathrm{max}} = \dfrac{1}{0{,}2} = 5\ \mu\mathrm{mol}/\mathrm{s} \\ a = \dfrac{(0{,}7-0{,}2)}{20} = 0{,}025 \rightarrow \dfrac{\mathrm{k}_{\mathrm{m}}}{\mathrm{v}_{\mathrm{max}}} = 0{,}025 \rightarrow \mathrm{k}_{\mathrm{m}} = 0{,}025\times 5 = 0{,}125\ \mu\mathrm{mol}/\mathrm{L} \end{array}}$$

d $\boxed{y = \dfrac{\mathrm{v}_{\max} \cdot x}{x + \mathrm{k}_\mathrm{m}}}$

e $\boxed{y = \dfrac{\mathrm{v}_{\max} \cdot x}{x + \mathrm{k}_\mathrm{m}} = \dfrac{\dfrac{\mathrm{v}_{\max} \cdot x}{x}}{\dfrac{x}{x} + \dfrac{\mathrm{k}_\mathrm{m}}{x}} = \dfrac{\mathrm{v}_{\max}}{1 + \dfrac{\mathrm{k}_\mathrm{m}}{x}}}$

Als $x \to \infty$ dan $y \to \mathrm{v}_{\max}$

Als $x \uparrow -\mathrm{k}_\mathrm{m}$ dan $y \to -\infty$

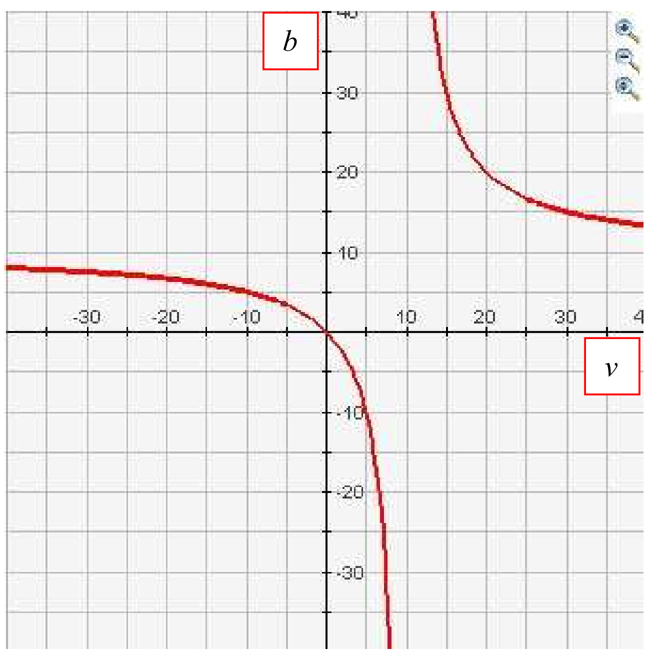


Opgave 3.11 **Gebroken functie in de optica.**

a $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{v} + \dfrac{1}{b} \to \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{10} - \dfrac{1}{v} \to \dfrac{1}{b} = \dfrac{v}{10v} - \dfrac{10}{10v} = \dfrac{v-10}{10v}$

$\to b = \dfrac{10v}{v-10}$

b



c asymptoten: horizontaal : $b = 10$

: verticaal $v = 10$

d Als een voorwerp in het brandpunt van een positieve lens staat is de vergroting oneindig groot. Het beeld staat oneindig ver weg.

e zie antwoord vraag **d**

f Als $v \to \infty$ *dan* $b = 10$

Het beeld wordt afgebeeld in het brandpunt en is even groot als het voorwerp.

Opgave 3.12 **Functievoorschrift samengestelde gebroken functies.**

a

$$y = \frac{2}{x} + \frac{x-2}{x+1} \to y = \frac{2(x+1) + x(x-2)}{x(x+1)} = \frac{x^2+2}{x(x+1)} = \frac{x^2+2}{x^2+x}$$

$$\textit{verticale asymptoten}: x = 0 \textit{ en } x = -1$$

$$y = \frac{x^2+2}{x^2+x} = \frac{\frac{x^2}{x^2} + \frac{2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2}} = \frac{1 + \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}}$$

$$\textit{als } x \to \pm\infty \textit{ dan } y \to 1$$

$$\textit{horizontale asymptoot}: y = 1$$

b

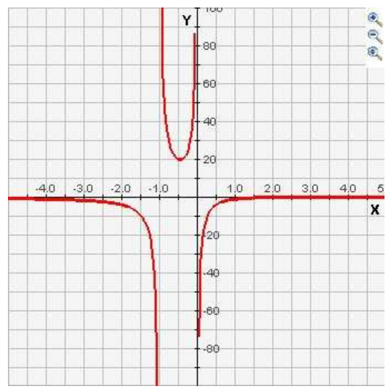
$$y = \frac{2}{x} \cdot \frac{(x-2)}{x+1} \to y = \frac{2x-4}{x^2+x}$$

$$\textit{verticale asymptoten}: x = 0 \textit{ en } x = -1$$

$$y = \frac{2x-4}{x^2+x} = \frac{\frac{2x}{x^2} - \frac{4}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2}} = \frac{\frac{2}{x} - \frac{4}{x^2}}{1 + \frac{1}{x}}$$

$$\textit{als } x \to \pm\infty \textit{ dan } y \to 0$$

$$\textit{horizontale asymptoot}: y = 0$$



c

$$y = \frac{2x-1}{x-1} + \frac{x+3}{x+2} \to y = \frac{2x^2+5x-3}{x^2+x-2}$$

$$\textit{verticale asymptoten}: x = 1 \textit{ en } x = -2$$

$$y = \frac{2x^2+5x-3}{x^2+x-2} = \frac{2 + \frac{5}{x} - \frac{3}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}}$$

$$\textit{als } x \to \pm\infty \textit{ dan } y \to 2$$

$$\textit{horizontale asymptoot}: y = 2$$

d

$$y=\frac{2(x^2+2x+3)}{(x-2)(x+3)} \to vertcale \quad asymptoten \quad : x=2 \; en \; x=-3$$

$$y=\frac{2x^2+4x+6}{x^2+x-6}=\frac{2+\frac{4}{x}+\frac{6}{x^2}}{1+\frac{1}{x}-\frac{6}{x^2}} \to als \; x \to \pm\infty \; dan \; y \to 2$$

$$hor.\,asymptoot \; : y=2$$

Opgave 3.13 **Functievoorschrift** $y=\frac{a}{x^n}$ **en soortgelijk.**

a

$$f(x)=2+\frac{1}{(x-1)^2} \to f(x)=\frac{2(x-1)^2+1}{(x-1)^2}=\frac{2x^2-4x+3}{x^2-2x+1}$$

$$verticale\ asymptoot: x=1$$

$$f(x)=\frac{2x^2-4x+3}{x^2-2x+1}=\frac{2-\frac{4}{x}+\frac{3}{x^2}}{1-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}}$$

$$als\ x \to \pm\infty\ dan\ f(x) \to 2$$

$$horizontale\ asymptoot: y=2$$

b

$$f(x)=-3+\frac{2}{(x+2)^3} \to f(x)=\frac{-3(x+2)^3+2}{(x+2)^3}$$

$$(x+2)^3=(x+2)(x+2)^2=(x+2)(x^2+4x+4)=x^3+6x^2+12x+8$$

$$\to f(x)=\frac{-3(x^3+6x^2+12x+8)+2}{x^3+6x^2+12x+8}=\frac{-3x^3-18x^2-36x-22}{x^3+6x^2+12x+8}$$

$$\to f(x)=\frac{-3-\frac{18}{x}-\frac{36}{x^2}-\frac{22}{x^3}}{1+\frac{6}{x}+\frac{12}{x^2}+\frac{8}{x^3}}$$

$$verticale\ asymptoot: x=-2$$

$$als\ x \to \pm\infty\ dan\ y \to -3$$

$$horizontale\ asymptoot: y=-3$$

c

$$f(x)=\frac{1}{x^4} \to g(x)=\frac{1}{(x+2)^4}-3$$

d

$$y=\frac{1}{2(x-1{,}5)^3}+2{,}5$$

Opgave 3.14 **Functievoorschrift** $y = \dfrac{a}{x^n}$ **en soortgelijk.**

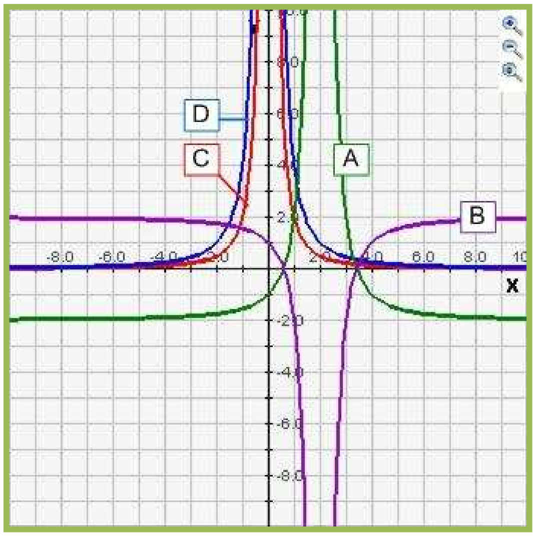
In onderstaande figuur zijn de grafieken afgebeeld van

C: $f(x)$ asymptoot $x = 0$ en $y(1) = 2$

D: $g(x)$ asymptoot $x = 0$ en $y(1) = 4$

A: $h(x)$ asymptoot $x = 2$ en als $x \to 2$ dan $y \to \infty$

B: $k(x)$ asymptoot $x = 2$ en als $x \to 2$ dan $y \to -\infty$



Opgave 3.15 **Geluidsintensiteit**

Voor de geluidsintensiteit $\boldsymbol{I}$ geldt dan: $I(x) = \dfrac{20}{4\pi \cdot x^2}$

a

$$I(x) = \frac{20}{4\pi \cdot x^2} = \frac{5}{\pi} \cdot \frac{1}{x^2} = 1{,}59 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$I(x) = k \cdot \frac{1}{x^2} \quad met\ k = \frac{5}{\pi}\ (afgerond: k = 1{,}59)$$

$$\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2} = eenheid\ van\ k \times \frac{1}{\mathrm{m}^2} \to eenheid\ k = \mathrm{W}$$

b De functie van $I(x) = k \cdot \dfrac{1}{(x+2)^2}$ geldt voor de geluidsintensiteit in een punt Q.

Punt **Q** ligt 2m verder dan punt **P.**

c Welk functievoorschrift geldt voor I als de geluidsbron 5x zoveel energie levert op een plaats die 3 meter dichter bij de bron ligt.

$$I(x) = 5k \cdot \frac{1}{(x-3)^2} \qquad x > 3$$