

4 Machtsfuncties en wortelfuncties

Opgave 4.2

Oefenen met haakjes.

a Voorbeeld:

$$(x-1)^4 = ((x-1)^2)^2 = (x^2 - 2x + 1)^2 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$

Het onder elkaar schrijven kan een hulpmiddel zijn.

$$x^2 - 2x + 1$$

$$\underline{x^2 - 2x + 1}$$

tool 4.3

$$x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x^3 + 4x^2 - 2x + x^2 - 2x + 1 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$$



Met **tool 4.3** teken je eerst de grafiek van $(x-1)^4$ en vervolgens de grafiek van $x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1$

Bij juiste uitwerking zal de tweede grafiek de eerste overlappen.

b

$$\begin{aligned} g(x) &= 2(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 4x + 4) + 4 \\ &\rightarrow g(x) = (2x^2 - 8x + 8)(x^2 - 4x + 4) + 4 \\ &\rightarrow g(x) = 2x^2(x^2 - 4x + 4) - 8x(x^2 - 4x + 4) + 8(x^2 - 4x + 4) + 4 \\ &\rightarrow g(x) = 2x^4 - 8x^3 + 8x^2 - 8x^3 + 32x^2 - 32x + 8x^2 - 32x + 32 + 4 \\ &\rightarrow g(x) = 2x^4 - 16x^3 + 48x^2 - 64x + 4 \end{aligned}$$

c

$$\begin{aligned} h(x) &= (x+1)^4 - 3 = (x+1)^2 \cdot (x+1)^2 - 3 = (x^2 + 2x + 1)(x^2 + 2x + 1) - 3 \\ &\rightarrow h(x) = x^2(x^2 + 2x + 1) + 2x(x^2 + 2x + 1) + 1(x^2 + 2x + 1) - 3 \\ &\rightarrow h(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x^3 + 4x^2 + 2x + x^2 + 2x + 1 - 3 \\ &\rightarrow h(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x - 2 \end{aligned}$$

d

$$\begin{aligned} h(x) &= -3(x-1)^4 = -3(x-1)^2 \cdot (x-1)^2 = -3(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x + 1) \\ &\rightarrow h(x) = -3x^2(x^2 - 2x + 1) + 6x(x^2 - 2x + 1) - 3(x^2 - 2x + 1) \\ &\rightarrow h(x) = -3x^4 + 6x^3 - 3x^2 + 6x^3 - 12x^2 + 6x - 3x^2 + 6x - 3 \\ &\rightarrow h(x) = -3x^4 + 12x^3 - 18x^2 + 12x - 3 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} m(x) &= (x-3)(x^2 + 2x - 3) \\ &\rightarrow m(x) = x(x^2 + 2x - 3) - 3(x^2 + 2x - 3) \\ &\rightarrow m(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 3x^2 - 6x + 9 \\ &\rightarrow h(x) = x^3 - x^2 - 9x + 9 \end{aligned}$$

f

$$\begin{aligned} n(x) &= (x^2 - 2)(x^2 + 2) \\ &\rightarrow n(x) = x^2(x^2 + 2) - 2(x^2 + 2) \\ &\rightarrow n(x) = x^4 + 2x^2 - 2x^2 - 4 \\ &\rightarrow n(x) = x^4 - 4 \end{aligned}$$

g

$$p(x) = 0,2x((x-2)^2 + 2x)$$

$$\rightarrow p(x) = 0,2x(x^2 - 4x + 4 + 2x) = 0,2x(x^2 - 2x + 4)$$

$$\rightarrow p(x) = 0,2x^3 - 0,4x^2 + 0,8x$$

h

$$q(x) = (x-2)(x+3)(x-1)(-3x+1)$$

$$\rightarrow q(x) = (x^2 + x - 6)(-3x^2 + 4x - 1)$$

$$\rightarrow q(x) = x^2(-3x^2 + 4x - 1) + x(-3x^2 + 4x - 1) - 6(-3x^2 + 4x - 1)$$

$$\rightarrow q(x) = -3x^4 + 4x^3 - x^2 - 3x^3 + 4x^2 - x + 18x^2 - 24x + 6$$

$$\rightarrow q(x) = -3x^4 + x^3 + 21x^2 + 6$$

Opgave 4.4

Grafieken met gebroken exponent herkennen.

tool 4.9



A: $f(x) = x$ rechte lijn met helling 1

B: $g(x) = x^{\frac{3}{2}}$ exponent >1 en $<\frac{5}{2}$

C: $g(x) = x^2$ $g(-1) = g(1)$

D: $g(x) = x^{\frac{5}{2}}$ exponent >2 en $x > 0$

Opgave 4.6

Machtsfuncties beschrijven.

tool 4.11



a $f(x) = x^3$ $x \in \mathbb{R}$ puntspiegeling $(0,0)$
afnemend stijgend / toenemend stijgend

b $g(x) = 2 \cdot x^{\frac{3}{4}}$ $x \geq 0$ afnemend stijgend

c $h(x) = x^{\frac{2}{3}}$ $x \geq 0$ afnemend stijgend

d $k(x) = x^2$ $x \in \mathbb{R}$ lijnspiegeling y -as
afnemend dalend / toenemend stijgend

e $l(x) = -0,5 \cdot x^{\frac{3}{2}}$ $x \geq 0$ toenemend dalend

f $m(x) = (x-2)^{\frac{3}{4}}$ $x \geq 2$ afnemend stijgend

g $n(x) = x^2$ $x \in \mathbb{R}$ lijnspiegeling y -as
afnemend dalend / toenemend stijgend

Opgave 4.8**Machtsfuncties samenstellen.**

$$f(x) = x^2; g(x) = x^{\frac{1}{2}}; h(x) = x^3; k(x) = x^4$$

tool 4.13

$$\text{a } u(x) = (f(x))^2 = (x^2)^2 = x^4 \quad -\infty < x < \infty$$

$$\text{b } v(x) = (g(x))^4 = (x^{\frac{1}{2}})^4 = x^2 \quad x \geq 0$$

$$\text{c } w(x) = k(x) \cdot g(x) = x^4 \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{4,5} \quad x \geq 0$$

$$\text{d } p(x) = \frac{k(x)}{f(x)} \cdot h(x) = \frac{x^4}{x^2} \cdot x^3 = x^5 \quad -\infty < x < \infty$$

$$\text{e } v(x) = \frac{h(x)}{g(x)} = \frac{x^3}{x^{\frac{1}{2}}} = x^{2,5} \quad x \geq 0$$

$$\text{f } w(x) = \frac{k(x)}{h(x)} = \frac{x^4}{x^3} = x \quad \{x \in R\}$$

Opgave 4.10**Machtsfuncties samenstellen.**

$$f(x) = x^{0,4}; g(x) = x^2; h(x) = x^{1,7}; k(x) = x^{1,5}$$

tool 4.15

$$\text{a } u(x) = (f(x))^2 = (x^{0,4})^2 = x^{0,8} \quad x \in R$$

$$\text{b } v(x) = (g(x))^4 = (x^2)^4 = x^8 \quad x \in R$$

$$\text{c } w(x) = k(x) \cdot g(x) = x^{1,5} \cdot x^2 = x^{3,5} \quad x \geq 0$$

$$\text{d } p(x) = \frac{k(x)}{f(x)} \cdot h(x) = \frac{x^{1,5}}{x^{0,4}} \cdot x^{1,7} = x^{2,8} \quad x \geq 0$$

Opgave 4.12**Schrijf als één macht van x.**

$$\text{a } \frac{1}{x} \cdot \sqrt{x} = x^{-1} \cdot x^{\frac{1}{2}} = x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{b } x \cdot \sqrt[5]{x^2} = x^1 \cdot x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{7}{5}}$$

$$\text{c } \sqrt{\frac{1}{x^7}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{x^7}} = \frac{1}{x^{\frac{7}{2}}} = x^{-\frac{7}{2}}$$

$$\text{d } \frac{x^2}{\sqrt[3]{x}} = \frac{x^2}{x^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{5}{3}}$$

$$\text{e} \quad \frac{\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{x}}{x^2} = \frac{(x^1 \cdot x^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}}}{x^2} = x^{\frac{4}{9}-2} = x^{-\frac{14}{9}}$$

$$\text{f} \quad \frac{\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[5]{x}}{x^3} = \frac{x^{\frac{1}{4}} \cdot x^{\frac{1}{5}}}{x^3} = x^{\frac{9}{20}-3} = x^{-\frac{51}{20}}$$

Opgave 4.14

Schets de grafiek van de gegeven functies.

In onderstaande grafiek is de grafiek afgebeeld van $f(x) = x^{\frac{3}{4}}$
Schets de grafiek van:

a $g(x) = 2 \cdot x^{\frac{3}{4}}$

b $h(x) = 0,5 \cdot x^{\frac{3}{4}}$

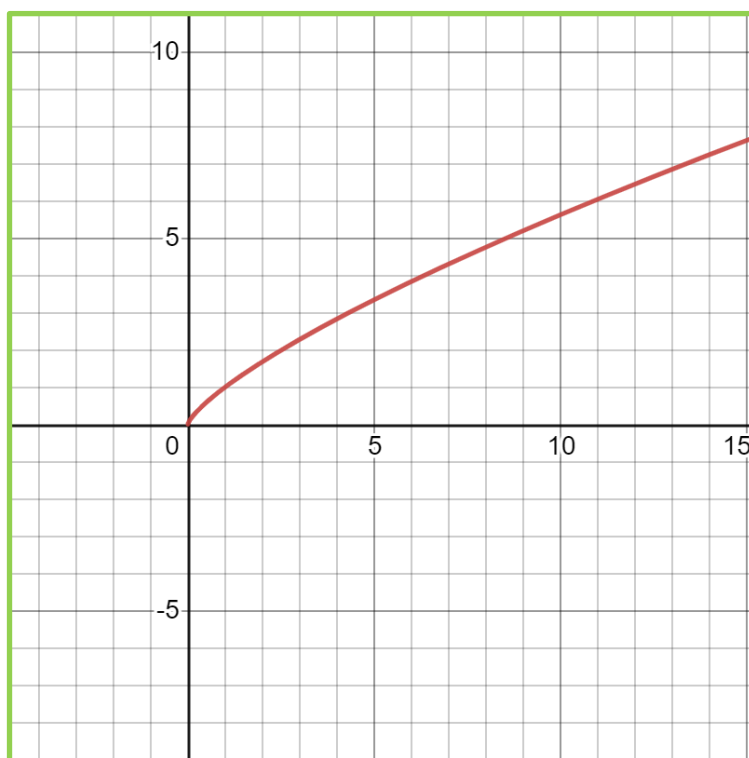
c $k(x) = 2 \cdot (x-1)^{\frac{3}{4}}$

Voor welk domein is deze functie gedefinieerd?

d $m(x) = 2 \cdot (x-1)^{\frac{3}{4}} + 2$

eerst schetsen dan controleren

tool 4.19



Opgave 4.16

Verschuiven en vermenigvuldigen van wortelfuncties.



Het verschuiven en vermenigvuldigen gaat op dezelfde manier als bij alle tot nu behandelde functies en grafieken.

Vergelijk bij alle vragen t.o.v. de functie $f(x) = \sqrt{x}$

Welke bewerking heeft de grafiek ondergaan bij t.o.v. $f(x)$?

Geef ook voor welke waarden van x de functie bestaat.
 Controleer de juistheid met **desmostool**

- a** $g(x) = \sqrt{x+2}$ Grafiek $\leftarrow 2$ $x \geq -2$
- b** $h(x) = \sqrt{x} + 2$ Grafiek $\uparrow 2$ $x \geq 0$
- c** $k(x) = 2\sqrt{x+2}$ Grafiek $\leftarrow 2$ naar en daarna de y -waarde $\times 2$ $x \geq -2$
- d** $h(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{2}$ De y -waarde $\times 0,5$ en daarna $\uparrow 1$ $x \geq 0$
- e** $k(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{2}$ Grafiek $\leftarrow 2$ en daarna de y -waarde is $0,5 \times$ zo groot $x \geq -2$
- f** $m(x) = 2(\sqrt{x+2})$ De y -waarde $\times 2$ en daarna $\uparrow 4$ $x \geq -2$
- g** $n(x) = \sqrt{\sqrt{x}}$ De y -waarde $\wedge \frac{1}{2}$ $x \geq 0$
- f** $p(x) = 2(\sqrt{x-2}) + 2$ $p(x) = 2(x-2)^{\frac{1}{2}} + 2$ $x \geq 2$
 Grafiek $\rightarrow 2$, daarna $\times 2$ en vervolgens $+2$

Opgave 4.18

Polynomen

a $2x^3 - 4x^2 + 2x = 0 \rightarrow 2x(x^2 - 2x + 1) = 0$
 $\rightarrow 2x(x-1)^2 = 0 \rightarrow x_1 = 0 \vee x_2 = 1$

b $g(x) = 2(x-1)(x+2)(x+3)$
 $g(x) = 0$ als $x_1 = 1 \vee x_2 = -2 \vee x_3 = -3$

tool 4.22



c $g(0) = 2 \times -1 \times 2 \times 3 = -12$

- d** In onderstaande figuur is met tool **4.22** de grafiek getekend met het functievoorschrift
 $y = 0,0021x^4 - 0,0458x^3 + 0,1879x^2 + 0,4058x + 0,87$
 Dit functievoorschrift is afkomstig van de regressie via Excel van het voorbeeld op blz. 102.

In Excel is de grafiek getekend voor het domein $1 < x < 5$