

## 4 Machtsfuncties en wortelfuncties

### Opgave 4.1 Vermenigvuldigen en verschuiven

tool 4.2



a  $g(x) = 2(x-2)^4 + 4$

De grafiek is 2 schaaldelen naar rechts en 4 schaaldelen naar boven verschoven. De  $y$ -waardes zijn met 2 vermenigvuldigd, de grafiek is dus verticaal met een factor 2 uitgerekt.

b  $h(x) = (x+1)^4 - 3$

De grafiek is 1 schaaldeel naar links en 3 schaaldelen naar beneden verschoven.

c  $k(x) = -3(x-1)^4$

De grafiek is 1 schaaldelen naar rechts verschoven. De  $y$ -waardes zijn met -3 vermenigvuldigd, de grafiek is dus verticaal met een factor 2 uitgerekt en gespiegeld t.o.v. de  $x$ -as

### Opgave 4.3 Grafieken met gebroken exponent herkennen

tool 4.8



A:  $h(x) = \sqrt[3]{x}$  exponent  $<1$  en  $h(8) = 2$

B:  $m(x) = \sqrt{x}$  exponent  $<1$  en  $h(4) = 2$

C:  $k(x) = x^{\frac{5}{6}}$  exponent  $<1$  maar groter dan bij A en B

D:  $f(x) = x^{\frac{6}{5}}$  exponent  $>1$

E:  $g(x) = x^{\frac{23}{12}}$  exponent  $>1$  en ongeveer 2

### Opgave 4.5 Grafieken met gebroken exponent.

A:  $m(x) = -\sqrt{x}$  grafiek is gespiegeld t.o.v.  $\sqrt{x}$

B:  $g(x) = x^2$   $g(2) = 4$

C:  $h(x) = \sqrt[3]{x^2}$  exponent  $<1$  en  $>0,5$

D:  $f(x) = x^{\frac{1}{5}}$  exponent  $<1$

E:  $k(x) = x^{\frac{1}{2}}$   $k(4) = 2$

tool 4.10



### Opgave 4.7

Bereken  $x$

a  $x^3 = -4 \rightarrow x = (-4)^{\frac{1}{3}} = -1,587$  want  $((-4)^{\frac{1}{3}})^3 = -4$

b  $x^{1,23} = -4 \rightarrow$  geen oplossing

c  $x^{\frac{6}{5}} = 2 \rightarrow x = 2^{\frac{5}{6}} = 0,833$  want  $(2^{\frac{5}{6}})^{\frac{6}{5}} = 2$

d  $2x^{1,6} = 3 \rightarrow x^{1,6} = 1,5 \rightarrow x = 1,5^{\frac{1}{1,6}} = 1,288$

e  $(x+2)^4 = 20 \rightarrow x+2 = 20^{\frac{1}{4}} \rightarrow x = 0,115$

f  $\sqrt[3]{x^5} = 2 \rightarrow x^{\frac{5}{3}} = 2 \rightarrow x = 2^{\frac{3}{5}} = 1,156$

g  $x^3 + 2 = -4 \rightarrow x^3 = -6 \rightarrow x = (-6)^{\frac{1}{3}}$

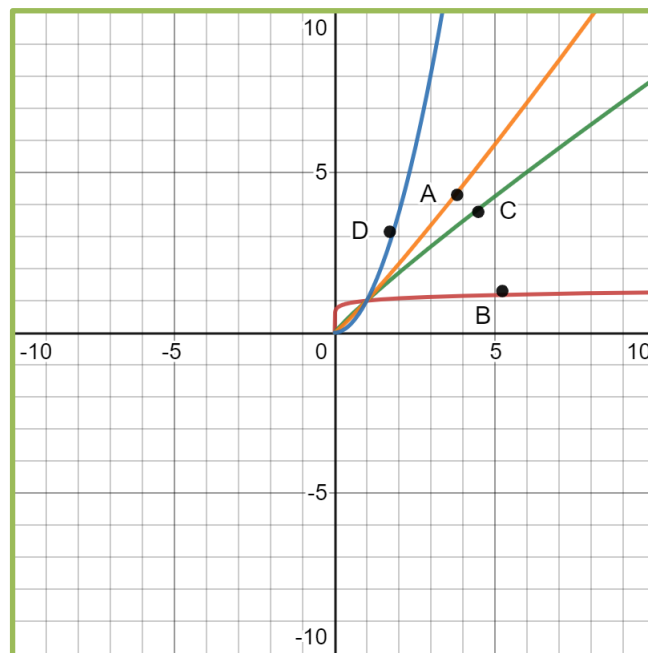
tool 4.12



### Opgave 4.9

Grafieken herkennen.

tool 4.14



### Opgave 4.11

Schrijf zo eenvoudig mogelijk.

a  $\frac{(p^5)^3 \cdot p^2}{p^{\frac{2}{3}}} = \frac{p^{\frac{2 \cdot 3}{5}}}{p^{\frac{2}{3}}} = p^{\frac{13 \cdot 2}{5 \cdot 3}} = p^{\frac{39 \cdot 10}{15 \cdot 15}} = p^{\frac{29}{15}}$

b  $\frac{(x^{-3} \cdot y^2)^{\frac{1}{3}} \cdot y^2}{\sqrt{y}} = \frac{x^{-1} \cdot y^{\frac{-2}{3}} \cdot y^2}{y^{\frac{1}{2}}} = x \cdot y^{\frac{-2}{3} + 2 - \frac{1}{2}} = x \cdot y^{\frac{5}{6}}$

$$c \quad \left(\frac{a\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}\right)^{-3} = (a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{2}})^{-3} = a^{-\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}}$$

$$d \quad \frac{x^{\frac{1}{6}} y^{-\frac{3}{4}}}{(y^{\frac{2}{3}} x^{\frac{1}{2}})^{-3}} = x^{\frac{1}{6} + \frac{3}{2}} \cdot y^{-\frac{3}{4} + 2} = x^{\frac{5}{2}} \cdot y^{\frac{5}{4}}$$

#### oefenen 4.1



Via deze WIMS-site zijn basisoefeningen met machten en wortels beschikbaar.

#### oefenen 4.2



Via deze site van Herman Hofstede zijn extra oefeningen met machten en wortels beschikbaar.

#### Opgave 4.13

#### Toepassing van een machtsfunctie

$$a \quad S = k \cdot G^{-\frac{1}{4}} \rightarrow S = 241 \times 4000^{-\frac{1}{4}} = 30 \text{ spm}$$

$$b \quad S = k \cdot G^{-\frac{1}{4}} \rightarrow 60 = 241 \times G^{-\frac{1}{4}}$$

$$\rightarrow G^{-\frac{1}{4}} = \frac{60}{241} = 0,25$$

*links en rechts tot de macht 4*

$$\rightarrow (G^{-\frac{1}{4}})^4 = (0,25)^4 \rightarrow G^{-1} = 0,0039 \rightarrow G = \frac{1}{0,0039} = 256 \text{ kg}$$

Opgave 4.15

**Snijpunten en ongelijkheden met wortelfuncties.**

tool 4.20



**a**  $2\sqrt{x} + 4 = x \rightarrow 2\sqrt{x} = x - 4 \rightarrow 4x = (x - 4)^2 \quad x \geq 0$   
 $\rightarrow 4x = x^2 - 8x + 16 \rightarrow x^2 - 12x + 16 = 0$   
 $D = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 16 = 80$   
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{12 \pm \sqrt{80}}{2} = 6 \pm \frac{1}{2}\sqrt{80} = 6 \pm 2\sqrt{5}$   
*exact* :  $x_1 = 6 - 2\sqrt{5}$     *afgerond* :  $x_1 = 1,53$   
*exact* :  $x_2 = 6 + 2\sqrt{5}$     *afgerond* :  $x_2 = 10,5$   
*controle* :  
 $2\sqrt{1,53} + 4 \neq 1,53 \quad x_1 \text{ kan niet}$   
 $2\sqrt{10,5} + 4 = 10,5 \quad \text{klopt}$

*Door het kwadrateren is er een foute oplossing bijgekomen. Deze kun je opsporen door de gevonden waarden in te vullen.*

**b**  $2\sqrt{x+4} > x \quad f(x) > g(x) \quad x \leq -4$   
 $f(x) = g(x) \text{ als } x = 10,5$   
 $f(x) > g(x) \text{ als } x < 10,5$   
 $f(x) < g(x) \text{ voor } x \leq -4$

**c**  $\sqrt{x-2} > x-4 \quad f(x) > g(x) \quad x \geq 2$   
 $x-2 = (x-4)^2 \rightarrow x^2 - 9x + 18 = 0$   
 $D = b^2 - 4ac = 81 - 4 \times 1 \times 18 = 9$   
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{9 \pm 3}{2}$   
 $x_1 = 6 \quad x_2 = 3$   
*controle* :  
 $\sqrt{6-2} = 6-4 \quad x_1 \text{ voldoet}$   
 $\sqrt{3-2} = 3-4 \quad x_2 \text{ voldoet niet}$   
 $x < 6$   
 $f(x) > g(x) \text{ voor } 2 \leq x < 6$

**d**  $\sqrt{x} \leq x^2 \quad f(x) \leq g(x) \quad x \geq 0$   
 $x = x^4 \rightarrow x^4 - x = 0 \rightarrow x(x^3 - 1) = 0$   
 $x_1 = 0 \vee x_2 = 1$   
 $f(x) \leq g(x) \text{ voor } x \geq 1$

### Opgave 4.17

### Modulusstrepen gebruiken.

tool 4.21



$$\text{a } f(x) = |x-3| \rightarrow f(x) = x-3 \text{ als } x \geq 3 \\ \rightarrow f(x) = -(x-3) = -x+3 \text{ als } x \leq 3$$

$$\text{b } f(x) = \sqrt{(1-x)^2} \rightarrow f(x) = |1-x| \rightarrow f(x) = 1-x \text{ als } x \leq 1 \\ \rightarrow f(x) = -(1-x) = -1+x \text{ als } x \geq 1$$

$$\text{c } f(x) = \frac{1}{|x+1|} \rightarrow f(x) = \frac{1}{x+1} \text{ als } x > -1 \quad (x \neq -1) \\ \rightarrow f(x) = \frac{1}{-x-1} \text{ als } x < -1$$

$$\text{d } f(x) = \frac{|x-3|}{|2x+1|} \rightarrow f(x) = \frac{x-3}{2x+1} \text{ als } x \geq 3 \\ \rightarrow f(x) = \frac{-(x-3)}{2x+1} = \frac{-x+3}{2x+1} \text{ als } x \leq 3 \text{ en } x > -0,5 \\ \rightarrow f(x) = \frac{-(x-3)}{-(2x+1)} = \frac{x-3}{2x+1} \text{ als } x < -0,5$$

### Opgave 4.19

### Inverse van parabool is wortel of andersom.

tool 4.23



$$\text{a } y = 2x+3 \rightarrow x = \frac{1}{2}y - \frac{3}{2} \\ f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$y^{-1}$ ,  $f^{-1}(x)$ ,  $f_{inv}(x)$  zijn notaties voor inverse functies

$$\text{b } y = (x+1)^2 \rightarrow x+1 = \sqrt{y} \rightarrow x = \sqrt{y} - 1 \\ f^{-1}(x) = \sqrt{x} - 1 \quad x \geq 0$$

$$\text{c } y = \sqrt{x+2} \rightarrow y^2 = x+2 \rightarrow x = y^2 - 2 \quad x \geq -2 \\ f^{-1}(x) = x^2 - 2$$

$$\text{d } y = \frac{1}{x+1} \rightarrow y(x+1) = 1 \rightarrow yx + y = 1 \rightarrow yx = 1-y \rightarrow x = \frac{1-y}{y} \\ f^{-1}(x) = \frac{1-x}{x} \quad x \neq 0$$