# 6 Goniometrische functies

**Opgave 6.2**

**Bereken de hoek *α* in radialen.**

*Maak altijd een schetsje met de eenheidscirkel!*

Geef alle mogelijke waardes van $\alpha$ tussen 0 en $2\pi$ als:

**tool 6.8**

**a**

$$\sin(\alpha) = 0{,}5 \rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0{,}5) = 0{,}524 \text{ rad}$$
$$\alpha_2 = \pi - 0{,}524 = 2{,}618 \text{ rad}$$

**b**

$$2\sin(\alpha) = 0{,}3 \rightarrow \sin(\alpha) = 0{,}15$$
$$\rightarrow \alpha_1 = \arcsin(0{,}15) = 0{,}151 \text{ rad}$$
$$\alpha_2 = \pi - 0{,}151 = 2{,}99 \text{ rad}$$

**c**

$$\cos(2\alpha) = -0{,}2 \rightarrow 2\alpha = \arccos(-0{,}2)$$
$$\rightarrow 2\alpha_1 = 1{,}77 \text{ rad} \rightarrow \alpha_1 = 0{,}886 \text{ rad}$$
$$\rightarrow 2\alpha_2 = 2\pi - 1{,}77 = 4{,}51 \text{ rad} \rightarrow \alpha_2 = 2{,}26 \text{ rad}$$
$$\rightarrow 2\alpha_3 = 1{,}77 + 2\pi = 8{,}05 \text{ rad} \rightarrow \alpha_3 = 4{,}03 \text{ rad}$$
$$\rightarrow 2\alpha_4 = 4{,}51 + 2\pi = 10{,}8 \rightarrow \alpha_4 = 5{,}40 \text{ rad}$$

**d**

$$\sin(\alpha + 1) = 0{,}7 \rightarrow (\alpha_1 + 1) = \arcsin(0{,}7) = 0{,}775$$
$$\rightarrow \alpha_1 = 0{,}775 - 1 = -0{,}225 \text{ rad}$$
$$\rightarrow (\alpha_2 + 1) = \pi - 0{,}775 = 2{,}37 \rightarrow \alpha_2 = 2{,}37 - 1 = 1{,}37 \text{ rad}$$
$$\rightarrow (\alpha_3 + 1) = 0{,}775 + 2\pi \rightarrow \alpha_3 = 7{,}055 - 1 = 6{,}06$$

**e**

$$4\sin(\alpha) = -4 \rightarrow \sin(\alpha) = -1$$
$$\rightarrow \alpha = \arcsin(-1) \rightarrow \alpha = {}^3\!/_2\,\pi = 4{,}71 \text{ rad}$$

**f**

$$-2\sin(\alpha) = 0{,}6 \rightarrow \sin(\alpha) = -0{,}3$$
$$\rightarrow \alpha = \arcsin(-0{,}3) \rightarrow \alpha = -0{,}305 \text{ rad} \rightarrow \alpha_1 = 2\pi - 0{,}305 \text{ rad} = 5{,}98 \text{ rad}$$
$$\rightarrow \alpha_2 = \pi + 0{,}305 \text{ rad} = 3{,}45 \text{ rad}$$

**g**

$$\tan(\alpha) = 3 \rightarrow a_1 = \arctan(3) = 1{,}25 \text{ rad}$$
$$\rightarrow \alpha_2 = \pi + 1{,}25 = 4{,}39 \text{ rad}$$

**h**

$$\tan(2\alpha) = -1 \rightarrow 2a_1 = \arctan(-1) = -0{,}784 \text{ rad}$$
$$\rightarrow 2\alpha_1 = -0{,}784 + k \cdot 2\pi$$
$$\rightarrow 2\alpha_1 = -0{,}784 + 2\pi = 5{,}50 \text{ rad} \rightarrow \alpha_1 = 2{,}25\ rad$$
$$\rightarrow 2\alpha_1 = -0{,}784 + 4\pi = 11{,}78 \text{ rad} \rightarrow \alpha_1 = 5{,}89\ rad$$
$$\rightarrow 2\alpha_3 = \pi - 0{,}784 + k \cdot 2\pi = 2{,}36 + k \cdot 2\pi$$
$$\rightarrow 2\alpha_3 = 2{,}36 \rightarrow \alpha_3 = 1{,}18\ rad$$
$$\rightarrow 2\alpha_4 = 2{,}36 + 2\pi = 8{,}64\ rad \rightarrow \alpha_4 = 4{,}32\ rad$$

**i**
$$\sin(\alpha - 1) = 0{,}6 \rightarrow (\alpha - 1) = \arcsin(0{,}6) = 0{,}644$$
$$\rightarrow (\alpha_1 - 1) = 0{,}644 \ rad \rightarrow \alpha_1 = 1{,}64$$
$$\rightarrow (\alpha_2 - 1) = \pi - 0{,}644 = 2{,}496 \rightarrow \alpha_2 = 3{,}50$$

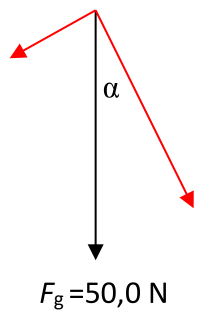
## Opgave 6.4 Hellend vlak

**tool 6.10**

**a**
$$\sin(\alpha) = \frac{h}{l} \rightarrow \sin(\alpha) = \frac{5,2}{10} = 0,52 \rightarrow \alpha = \arcsin(0,52) = 31,3°$$

**b**
$$\sin(\alpha) = \frac{h}{l} \rightarrow h = l \cdot \sin(\alpha) = 10 \times \sin(35°) = 5,7 \text{ m}$$

**c**




$$F_1(loodrecht) = F_g \cdot \cos(\alpha) \rightarrow F_1(loodrecht) = 50 \times \cos(25{,}2°) = 45{,}2 \text{ N}$$
$$F_2(evenwijdig) = F_g \cdot \sin(\alpha) \rightarrow F_2(evenwijdig) = 50 \times \sin(25{,}2°) = 21{,}3 \text{ N}$$

**d**
$$F_N = F_g \cdot \cos(\alpha) = 45{,}2 \text{ N}$$
$$F_f = F_g \cdot \sin(\alpha) = 21{,}3 \text{ N}$$

**oefenen 6.1**

**Meer oefening en/of uitleg nodig?**
Site van Herman Hofstede

## Opgave 6.6 De functie *y* = Acos(*px*) + *b*

Hieronder zijn de afgebeeld:
$f(x) = \cos(x)$ hoort bij B, omdat amplitude = 1 en $p = 1$
$g(x) = 2\cos(x)$ hoort bij A, omdat amplitude = 2
$h(x) = \cos(2x)$ hoort bij D, omdat $p = 2$
$k(x) = \cos(x) + 2$ hoort bij C omdat de grafiek van cos(x) 2 naar boven verschoven is.

**Opgave 6.8** **De functie** $y = Asinp(x + c) + b$

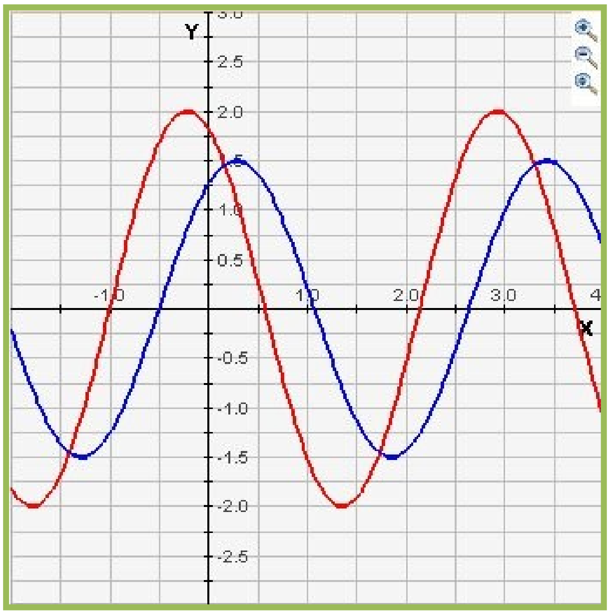
**desmos**

$y$ is de hoogte van het draaiend punt en $x$ bepaald de hoek.
Hieronder zijn de afgebeeld:
$f(x) = \sin(x)$ hoort bij B, omdat de amplitude = 1 en $p = 1$
$g(x) = \sin(x+1)$ hoort bij C, omdat de grafiek 1 naar links verschoven is.
$h(x) = \sin(2x + 4) = \sin2(x+2)$ hoort bij A, omdat $p = 2$ en de grafiek 2 naar links verschoven is
$k(x) = \sin(x + 1) - 2$ hoort bij D, omdat de grafiek 2 naar beneden verschoven is.

**Opgave 6.10** **De functie** $y(t) = A\sin(\frac{2\pi}{T}t + \alpha_0)$

**tool 6.17**

Hierna zijn de grafieken afgebeeld van:
$U(t) = 2\sin(2t + 2)$ of $U(t) = 2\sin2(t + 1)$ en
$I(t) = 1{,}5\sin(2t + 1)$ of $I(t) = 1{,}5\sin2(t + 0{,}5)$




**a** De amplitude van $U(t) = 2$
De amplude van $I(t) = 1{,}5$

**b** $\frac{2\pi}{T} = 2 \rightarrow T = 3{,}14\ s$

**c** $U(t) = 2\sin2(t + 1)$ verschuiving van $U(t)$ is -1s
$I(t) = 1{,}5\sin2(t + 0{,}5)$ verschuiving van $I(t)$ is -0,5s

**d** voor $U(t)$ : $\alpha_0 = 2$ rad

**Opgave 6.12** **De energieomzetting bij een veer-massa systeem.**

**a** massa begint in bovenste punt $\alpha_0 = \dfrac{\pi}{2}$ rad

**tool 6.19**

**b**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{5,15}} = 0,875\ s$$

**c**

$$u(t) = A\sin(\frac{2\pi}{T}t + \alpha_0) \rightarrow u(t) = 20\sin\left(\frac{2\pi}{0,875}\cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$s(t) = 20 - u(t) = 20 - 20\sin\left(\frac{2\pi}{0,875}\cdot t + \frac{\pi}{2}\right)$$

**tool 6.20**

**d**

$$E_v(\max) = \tfrac{1}{2}Cs^2 \rightarrow E_v(\max) = \tfrac{1}{2}\times 5,16\times 0,4^2 = 0,41\ \text{J}$$

**e**

$$E_v = 0\ als\ s = 0 \rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}$$

**Opgave 6.14** **De energieomzetting bij een slinger.**

**tool 6.23**

**a**

$$E_{k,\max} = \tfrac{1}{2}mv_{\max}^2$$

$$v_{\max} = \frac{2\pi\times 0,1}{2,85} = 0,22\ \text{m/s}$$

$$E_{k,\max} = \tfrac{1}{2}mv_{\max}^2 = \tfrac{1}{2}\times 0,1\times 0,22^2 = 0,00242\ \text{J=2,42 mJ}$$

**b**

$$E_{k,\max} = E_p \rightarrow 2,42\cdot 10^{-3} = mg\Delta h$$

$$\rightarrow \Delta h = \frac{2,42\cdot 10^{-3}}{0,1\times 9,8} = 2,47\cdot 10^{-3}\ \text{m} = 2,47\ \text{mm}$$

**c**

$$E_k(t) = \tfrac{1}{2}mv^2 = 0,5\times 0,1\times(-0,22\sin(\frac{2\pi}{2,85}t))^2 = 1,21\cdot 10^{-4}\sin^2(2,2t)$$

**d** Voor de beweging van een massa aan een slinger geldt:

$u(t) = 3\sin(3{,}14t + \pi/2)$   $u$ in cm

$$\frac{2\pi}{T} = 3,14 \rightarrow T = 2,00\ \text{s}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \rightarrow T^2 = 4\pi^2\frac{l}{g} \rightarrow l = \frac{T^2\cdot g}{4\pi^2} = 0,994\ \text{m}$$

$$\alpha_0 = \pi/2\ \text{rad}$$

$$\sin(\alpha_{\max}) = \frac{3}{99,4} = 0,030 \rightarrow \alpha_{\max} = \arcsin(0,030) = 0,030\ \text{rad}$$

**Opgave 6.16** **Experiment om de viscositeit van een vloeistof te bepalen.**

**a** $\boxed{\dfrac{2\pi}{T} = 4 \rightarrow T = 1{,}57\ \text{s} \rightarrow f = \dfrac{1}{T} = 0{,}637\ \text{Hz}}$

**b** $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}} \rightarrow T^2 = \dfrac{4\pi^2 \cdot l}{g} \rightarrow l = \dfrac{T^2 \cdot g}{4\pi^2} = 0{,}61\ \text{m}}$

**c** $U_1$ hoort bij de grafiek ,waarvan de amplitude het sterkst afneemt omdat de $e^{-0,5t}$ sterker afneemt dan $e^{-0,2t}$

**Opgave 6.18** **Faseverschil tussen spanning over weerstand en spoel wisselstroom.**

**tool 6.29**

**a**

$$\boxed{\begin{aligned} U_R &= 50\sin(\frac{2\pi}{2}t) = 5\sin(\pi t) \\ U_L &= 100\sin\pi(t+0{,}5) \\ U_C &= 2{,}5\sin\pi(t-0{,}5) \end{aligned}}$$

**b** Schets in één cirkel het verloop van $U_R$ en $U_L$ op.

**tool 6.30**

**tool 6.31**

**Meer oefening en/of uitleg nodig?**

**oefenen 6.2** site van Herman Hofstede