

# 1 Lineaire functies

In dit hoofdstuk komen de basisvaardigheden haakjes wegwerken, rekenen met breuken en oplossen van lineaire vergelijkingen uitgebreid aan de orde. Het kan nodig zijn hier apart voor te oefenen, bijvoorbeeld op de site van WIMS.

## Opgave 1.1 Functievoorschrift bedenken bij beschrijving van een beweging

tool 1.2a



P:  $s(t) = -4 + 1,5 \cdot t$

b Q:  $s(t) = 2 - 2 \cdot t$

c R:  $s(t) = 10 - 2,5 \cdot t$

d S:  $s(t) = 4 + 1,5 \cdot t$

e T:  $s(t) = 8 - 2,5 \cdot t$

f A:  $s(t) = -(-4 + 1,5 \cdot t) = 4 - 1,5 \cdot t$

## Opgave 1.2 Functievoorschrift bedenken bij een grafiek.

tool 1.3



a A:  $\text{hellingsgetal} = \frac{-60 \text{ m}}{6 \text{ min}} \rightarrow$   
 $s(t) = -10 \cdot t + 60$

B:  $\text{hellingsgetal} = \frac{70 \text{ m}}{6 \text{ min}} \rightarrow$   
 $s(t) = \frac{70}{6} \cdot t$  of  $s(t) = 11,6 \cdot t$

C:  $\text{hellingsgetal} = \frac{40 \text{ m}}{3 \text{ min}} \rightarrow$   
 $s(t) = \frac{40}{3} \cdot t - 40$  of  $s(t) = 13,3 \cdot t - 40$

b  $s_A = s_B \rightarrow -10 \cdot t + 60 = 11,6 \cdot t \rightarrow$   
 $60 = 21,6 \cdot t \rightarrow t = \frac{60}{21,6} = 2,77 \text{ min} \rightarrow$   
 $s(2,77) = -10 \times 2,77 + 60 = 32,3 \text{ m}$

c  $s_A = s_C \rightarrow -10 \cdot t + 60 = \frac{40}{3} \cdot t - 40 \rightarrow$   
 $(-10 - \frac{40}{3}) \cdot t = -40 - 60 \rightarrow (\frac{-30}{3} - \frac{40}{3}) \cdot t = -100 \rightarrow$   
 $\frac{-70}{3} \cdot t = -100 \rightarrow t = -100 \times \frac{-3}{70} = \frac{300}{70} = 4 \frac{2}{7} \text{ min}$   
*afgerond* :  $t = 4,29 \text{ min}$   
 $s(4,29) = -10 \times 4,29 + 60 = 17,1 \text{ m}$

**d**

$$s_B = s_C \rightarrow \frac{70}{6} \cdot t = \frac{40}{3} \cdot t - 40 \rightarrow$$

$$\left(\frac{70}{6} - \frac{40}{3}\right) \cdot t = -40 \rightarrow \left(\frac{35}{3} - \frac{40}{3}\right) \cdot t = -40 \rightarrow$$

$$\frac{-5}{3} \cdot t = -40 \rightarrow t = -40 \times \frac{-3}{5} = \frac{120}{5} = 24 \text{ min}$$

$$s(24) = \frac{70}{6} \times 24 = 280 \text{ m}$$

**e**

$$s_A(8) - s_C(8) = \dots$$

$$s_A - s_C = -10 \cdot t + 60 - \left(\frac{40}{3} \cdot t - 40\right) = -10 \cdot t - \frac{40}{3} \cdot t + 100$$

$$\rightarrow s_A - s_C = t \cdot \left(\frac{-30}{3} - \frac{40}{3}\right) + 100$$

$$\rightarrow s_A - s_C = \frac{-70}{3} \cdot t + 100$$

$$\rightarrow s_A(8) - s_C(8) = \frac{-70}{3} \times 8 + 100 = \frac{-560}{3} + \frac{300}{3} = \frac{-260}{3} = -86\frac{2}{3} \text{ m}$$

*afgerond :  $s_A(8) - s_C(8) = -86,7 \text{ m}$*

Het -teken betekent dat A zich links van C bevindt.

**f**

$$s_C - s_A = -30 \rightarrow \left(\frac{40}{3} \cdot t - 40\right) - (-10 \cdot t + 60) = -30$$

$$\rightarrow t \cdot \left(\frac{40}{3} + 10\right) - 100 = -30$$

$$\rightarrow t \cdot \left(\frac{40}{3} + \frac{30}{3}\right) - 100 = -30 \rightarrow t \cdot \frac{70}{3} = 70$$

$$\rightarrow t = 70 \times \frac{3}{70} = 3 \text{ min}$$

*klopt met grafiek!*

**?** **1.1**

**Oefenen 1.1 item 19 WIMS**

**Opgave 1.3**

**Eigenschappen beschrijven van bewegingen aan de hand van een functievoorschrift.**

**Je kunt Desmos gebruiken om de grafieken te tekenen ter controle.**

**a**  $s_A(0) = 0,5 \text{ km}$

**b**  $s_A = s_B$   
 $0,5 + 50t = -0,5 - 30t$   
 $\rightarrow 80t = -1 \rightarrow t = -\frac{1}{80} \text{ uur}$   
 vanaf  $t = 0$  komen ze elkaar *nooit tegen*

**c** C :  $s(t) = 5 + 15t$   
 D :  $s(t) = 5 + 15(t - 1)$   
 Als  $t = 1$  dan  $(t - 1) = 0$   
 Als  $t = 2$  dan  $(t - 1) = 1$  etc.

De grafiek van D is dus 1 uur naar rechts verschoven t.o.v. C.

**d** E :  $s(t) = 60t$   
 H:  $s(t) = 60(t - 2,5)$   
 De grafiek van H is dus 2,5 uur naar rechts verschoven.  
 Als  $t = 2,5$  dan  $(t - 2,5) = 0$

**e** F :  $s(t) = 0,5 + 30t$   
 G :  $s(t) = 50t - 10$

$s_F > s_G$   
 $\rightarrow 0,5 + 30 \cdot t > 50 \cdot t - 10$   
 $\rightarrow -20 \cdot t > -10,5$   
 $\rightarrow t < \frac{-10,5}{-20} \rightarrow t < 0,525$

Als je links en rechts door een negatief getal deelt of vermenigvuldigt, wordt  $>$  teken een  $<$ teken.

Als  $x > 2$  dan  $-x < -2$

Voorbeeld: als  $x = 3$  dan  $3 > 2$  en  $-3 < -2$

**f**  $s_F \geq s_G + 2$   
 $\rightarrow 0,5 + 30 \cdot t \geq 50 \cdot t - 10 + 2$   
 $\rightarrow -20 \cdot t \geq -8,5$   
 $\rightarrow t < \frac{-8,5}{-20} \rightarrow t < 0,425$

**g** G :  $s(t) = 50t - 10$   
 K:  $s(t) = 50t + 10$

**h** De grafiek van G heeft een snijpunt met de verticale as bij (0,-10).  
 De grafiek van K heeft een snijpunt met de verticale as bij (0,10)  
 De twee grafieken lopen parallel en hebben vertikaal een afstand van 20 km. K is altijd 20 km rechts van G.

### Opgave 1.4

Welke functievoorschrift zit er in de black box?

tool 1.7



a (1,9) en (3,17)

$$r.c. = \frac{17-9}{3-1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\rightarrow y(x) = 4x + b \rightarrow 9 = 4 \times 1 + b \rightarrow b = 5$$

$$\rightarrow y(x) = 4x + 5$$

b (0,0) en (2,-3)

$$r.c. = \frac{-3-0}{2-0} = -\frac{3}{2} = -1,5$$

$$\rightarrow y(x) = -1,5x + b \rightarrow 0 = -1,5 \times 0 + b \rightarrow b = 0$$

$$\rightarrow y(x) = -1,5x$$

c (-2,-5) en (2,1)

$$r.c. = \frac{1-(-5)}{2-(-2)} = \frac{6}{4} = 1,5$$

$$\rightarrow y(x) = 1,5x + b \rightarrow 1 = 1,5 \times 2 + b \rightarrow b = -2$$

$$\rightarrow y(x) = 1,5x - 2$$

d (1,4; 2,1) en (2,4; 3,5)

e (-3,3) en (-1,2)

f (0,02; 0,3) en (0,04; 0,5)

### Opgave 1.5

Grafiek tekenen met functievoorschrift.

tool 1.8



a  $y(x) = 3x - 1$

b  $y(x) = -2x$

c  $y(x) = -2(x - 2)$

d  $y(x) = -2(x - 2) + 4$

e  $y(x) = -2(x + 2)$



Oefenen 1.2 items 4, 5, 6, 8, 14, 21



### Opgave 1.7

tool 1.9



#### Gelijk en ongelijkheden.

a  $2x - 2 = 4 - 3x \rightarrow 5x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{5}$

b  $-2x = 4 \rightarrow x = -2$

c  $-2x + 6 = 4x - 3 \rightarrow -6x = -9 \rightarrow x = \frac{3}{2}$

d  $2x > 4 \rightarrow x > 2$

e  $-2x > 4 \rightarrow x < -2$

f  $-2x + 6 \geq 4x - 3 \rightarrow -6x \geq -9 \rightarrow x \leq \frac{3}{2}$

g  $1,1x - 3,4 > 2x + 2 \rightarrow -0,9x > 5,4 \rightarrow x < -6$

h  $-1 < 2x - 3 \rightarrow 2 < 2x \rightarrow 2x > 2 \rightarrow x > 1$

i  $-4x + 1 > -2x + 3 \rightarrow -2x > 2 \rightarrow x < -1$

### Opgave 1.8

tool 1.10



#### Funciewaardes met elkaar vergelijken.

a  $y_A \leq y_B$   
 $\rightarrow 5 + 10x \leq -5 - 7x$   
 $\rightarrow 17x \leq -10 \rightarrow x \leq -\frac{10}{17}$

b  $y_C \geq y_B$   
 $\rightarrow 2 + 4x \geq -5 - 7x$   
 $\rightarrow 11x \geq -10 \rightarrow x \geq -\frac{10}{11}$

c  $y_F = y_B$   
 $\rightarrow 10x + 100 = -5 - 7x$   
 $\rightarrow 17x = -105 \rightarrow x = -\frac{105}{17} = 9\frac{6}{17}$

d  $y_E \leq y_B - 2$   
 $\rightarrow -30x - 100 \leq (-5 - 7x) - 2$   
 $\rightarrow -23x \leq 93 \rightarrow x \geq -\frac{93}{23} \rightarrow x \geq -4\frac{1}{23}$

**e**

$$y_E = y_F$$

$$\rightarrow -30x - 100 = 10x + 100$$

$$\rightarrow -40x = 200 \rightarrow x = -\frac{200}{40} = -5$$

$$y = -30 \times -5 - 100 = 50$$

snijpunt E en F : (-5 ; 50)

**f**

$$2 < y_D$$

$$\rightarrow 2 < 4x + 20 \rightarrow -4x < 18 \rightarrow x > -4,5$$

$$y_D < 10$$

$$\rightarrow 4x + 20 < 10 \rightarrow 4x < -10 \rightarrow x < -2,5$$

$$-2,5 < x < -4,5 \quad \text{zie grafiek}$$

Bij het bereik  $2 < y_D < 10$  hoort het domein  $-2,5 < x < -4,5$

**g**

$$-10 < y_E$$

$$\rightarrow -10 < -30x - 100 \rightarrow 30x < -90 \rightarrow x < -3$$

$$y_E < -2$$

$$\rightarrow -30x - 100 < -2 \rightarrow -30x < 98 \rightarrow x > -\frac{98}{30}$$

$$\rightarrow x > -3\frac{4}{15} \quad -3\frac{4}{15} < x < -3$$

**h**

$$y_A = y_B$$

$$\rightarrow 5 + 10x = -5 - 7x$$

$$\rightarrow 17x = -10 \rightarrow x = -\frac{10}{17}$$

$$\rightarrow y = 5 + 10 \times -\frac{10}{17} = 5 - \frac{100}{17} = \frac{85}{17} - \frac{100}{17} = -\frac{15}{17}$$

snijpunt :  $(-\frac{10}{17}; -\frac{15}{17})$

$$rc = 4$$

$$y = 4x + b \rightarrow -\frac{15}{17} = 4 \times -\frac{10}{17} + b \rightarrow b = \frac{-15 + 40}{17} = \frac{25}{17}$$

$$y = 4x + \frac{15}{17}$$

### Opgave 1.9

### Kostenanalyse met lineaire verbanden.

Met apparatuur A zijn de kosten :  $K(n) = 120.000 + 3,5n$

Met apparatuur B zijn de kosten :  $K(n) = 160.000 + 2,5n$

**a**

$$160.000 + 2,5n < 120.000 + 3,5n$$
$$\rightarrow -n < -40.000 \rightarrow n > 40.000$$

Bij meer dan 40.000 is apparatuur B interessanter.

**b**

$$160.000 + 2,5n = 0,9 \cdot (120.000 + 3,5n)$$
$$\rightarrow 160.000 + 2,5n = 108.000 + 3,15n$$
$$\rightarrow -0,65n = -52.000 \rightarrow n = 80.000$$

### Opgave 1.10

### Inverse functie opstellen

tool 1.11



**a**

$$y = 5 + 10x$$
$$\rightarrow 10x = y - 5 \rightarrow x = 0,1y - 0,5$$
$$\rightarrow y^{-1} = 0,1x - 0,5$$

**b**

$$y = -5 - 7x$$
$$\rightarrow 7x = -y - 5 \rightarrow x = -\frac{1}{7}y - \frac{5}{7}$$
$$\rightarrow y^{-1} = -\frac{1}{7}x - \frac{5}{7}$$

**c**

$$y = 2 + 4x$$
$$\rightarrow -4x = -y + 2 \rightarrow x = \frac{1}{4}y - \frac{1}{2}$$
$$\rightarrow y^{-1} = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$$

**d**

$$y = 20 + 4x$$
$$\rightarrow -4x = -y + 20 \rightarrow x = \frac{1}{4}y - 5$$
$$\rightarrow y^{-1} = \frac{1}{4}x - 5$$

**e**  $y = -30x - 100$

**f**  $y = 10x + 100$

**Opgave 1.11****Inverse functie bij meten van extinctie.**

$$\text{a } \textit{hellingsgetal} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0,50 - 0,0}{4,35 \cdot 10^{-4} - 0,00 \text{ mol/L}} = 1150 \text{ mol/L}$$

**c**

$$y = 1150 \cdot x \text{ of } E = 1150 \cdot c$$

$$x = \frac{1}{1150} \cdot y \rightarrow y^{-1} = \frac{1}{1150} \cdot x \text{ of } c = \frac{1}{1150} \cdot E$$

**d**

$$c = \frac{1}{1150} \cdot E \rightarrow c = \frac{0,342}{1150} = 2,97 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$$

**e** -0,014 is het snijpunt met de  $y$ -as ofwel de beginwaarde.**Opgave 1.12****Opgaven met het functievoorschrift  $py + qx = r$** **tool 1.12**

$$\text{a } 3y + 2x = 4 \rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

$$rc = -\frac{2}{3} \text{ snijpunt } y\text{-as} : (0, \frac{4}{3})$$

$$\text{b } -y - 3x = 4 \rightarrow y = -3x - 4$$

$$rc = -3 \text{ snijpunt } y\text{-as} : (0, -4)$$

**c**

$$3x + y - 1 = 0 \rightarrow y = -3x + 1$$

$$rc = -3 \text{ snijpunt } y\text{-as} : (0, 1)$$

**d**

$$3y - 2x = 0 \rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$rc = \frac{2}{3} \text{ snijpunt } y\text{-as} : (0, 0)$$

**e**

$$2y + 1,5x + 3 = 0 \rightarrow 2y = -1,5x - 3$$

$$\rightarrow y = -0,75x - 1,5$$

$$rc = -0,75 \text{ snijpunt } y\text{-as} : (0 ; -1,5)$$

**f**

$$3y + 2x = 4 \text{ en } y = 0$$

$$\rightarrow 2x = 4 \rightarrow x = 2$$

$$\text{snijpunt } x\text{-as} : (2 ; 0)$$

**g**

$$-y - 3x = 4 \rightarrow y = -3x - 4$$

$$\rightarrow -3x - 4 > 2 \rightarrow -3x > 6 \rightarrow x < -2$$



**h**  $3y + 2x = 4$  en  $3x + y = 1$

$$\rightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} = -3x + 1 \rightarrow -2x + 4 = -9x + 3 \quad (\text{alles} \times 3)$$

$$\rightarrow 7x = -1 \rightarrow x = -\frac{1}{7}$$

$$\rightarrow y = -\frac{2}{3} \times \frac{1}{7} + \frac{4}{3} = -\frac{2}{21} + \frac{4}{3} = \frac{-2 + 28}{21} = \frac{26}{21} = 1\frac{5}{21}$$

snijpunt  $S : (-\frac{1}{7}; 1\frac{5}{21})$

**i**  $-y - 3x = 4$  en  $2y + 1,5x = -3$

$$\rightarrow -3x - 4 = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} \rightarrow -\frac{9}{4}x = \frac{5}{2} \quad (\text{alles} \times 4)$$

$$\rightarrow -9x = 10 \rightarrow x = -1\frac{1}{9}$$

$$\rightarrow y = -3 \times -\frac{10}{9} - 4 = \frac{30}{9} - 4 = \frac{30 + 36}{9} = \frac{66}{9} = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$$

snijpunt  $S : (-1\frac{1}{9}; 7\frac{1}{3})$

**j**  $2x + 3y = 2$  of  $y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$

$$2x + 3y = -2 \quad \text{of} \quad y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

Grafieken zijn evenwijdig met verticale afstand van  $\frac{4}{3}$ .

### Opgave 1.13

### Twee vergelijkingen met twee onbekenden.

#### tool 1.13



**a**

$$2y + 3x = 3$$

$$-y + 2x = 1 \quad (\times 2)$$

$$2y + 3x = 3$$

$$-2y + 4x = 2 \quad (+)$$

$$0 + 7x = 5 \rightarrow x = \frac{5}{7}$$

$$y = 2x - 1 \rightarrow y = 2 \times \frac{5}{7} - 1 = \frac{10}{7} - \frac{7}{7} = \frac{3}{7}$$

snijpunt van de lijnen :  $(\frac{5}{7}; \frac{3}{7})$

**b**

$$\begin{aligned} 2x + y &= 2 & (\times 2) \\ x - 2y &= -3 \end{aligned}$$

$$4x + 2y = 4$$

$$x - 2y = -3 \quad (+)$$

$$5x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$2y = x + 3 \rightarrow 2y = 3\frac{1}{5} \rightarrow y = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

*snijpunt van de lijnen :  $(\frac{1}{5}; 1\frac{3}{5})$*

**c**

$$\begin{aligned} y - 0,5x &= 2 & (\times 2) \\ 2y - x &= 3 \end{aligned}$$

$$2y - x = 4$$

$$2y - x = 3$$

*geen oplossing*

**d**

$$\begin{aligned} -0,5y + x &= 3 \\ 2y + x &= -3 & (-) \end{aligned}$$

$$-2,5y + y = 6 \rightarrow -1,5y = 6 \rightarrow y = \frac{6}{-1,5} = -4$$

$$2 + x = 3 \rightarrow x = 1$$

*snijpunt van de lijnen :  $(1; -4)$*

**e**

$$\begin{aligned} 2y + x &= 3 \\ y + x &= 4 & (-) \end{aligned}$$

$$y = -1$$

$$-1 + x = 4 \rightarrow x = 5$$

*snijpunt van de lijnen :  $(5; -1)$*

**f**

$$\begin{aligned} 4x + y &= 3 \\ x + y &= 2 & (-) \end{aligned}$$

$$3x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} + y = 2 \rightarrow y = 1\frac{2}{3}$$

*snijpunt van de lijnen :  $(\frac{1}{3}; 1\frac{2}{3})$*

**Opgave 1.14****Twoe vergelijkingen met twee onbekenden bij mengproces.**

$$\begin{aligned}
 x + y &= 100 \\
 0,96x + 0,2y &= 0,4 \times 100 \quad (\times 5) \\
 \\ 
 x + y &= 100 \\
 4,8x + y &= 200 \quad (-) \\
 -3,8x + 0 &= -100 \rightarrow x = \frac{-100}{-3,8} = 26,3 \text{ kg (96\%)} \\
 y &= 100 - 26,3 = 73,7 \text{ kg (20\%)}
 \end{aligned}$$

**Opgave 1.15****Opgaven met richtingscoëfficiënt of hellingsgetal (slope).**

**a**

$$\begin{aligned}
 y &= 2x + b \\
 0 &= 2 \times 0 + b \rightarrow b = 0 \\
 \rightarrow y &= 2x
 \end{aligned}$$

**b**

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{2}x + b \\
 1 &= \frac{1}{2} \times 2 + b \rightarrow b = 0 \\
 \rightarrow y &= \frac{1}{2}x
 \end{aligned}$$

**c**

$$\begin{aligned}
 y &= -\frac{1}{2}x + b \\
 2 &= \frac{1}{2} \times -1 + b \rightarrow b = \frac{5}{2} \\
 \rightarrow y &= -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

**d**

$$\begin{aligned}
 y &= ax + b \\
 -2 &= -a + b \\
 3 &= 2a + b \quad (-) \\
 -5 &= -3a + 0 \rightarrow a = \frac{5}{3} \\
 b &= -2 + a \rightarrow b = -2 + \frac{5}{3} = -\frac{6}{3} + \frac{5}{3} = -\frac{1}{3} \\
 \rightarrow y &= \frac{5}{3}x - \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

**e**

$$E(c) = 1140 \cdot c + 0,021$$

Eenheid van  $c$  is mol/L

f

$$c(E) = \frac{1}{1140} \cdot c - \frac{0,021}{1140}$$

Eenheid van slope is mol/L