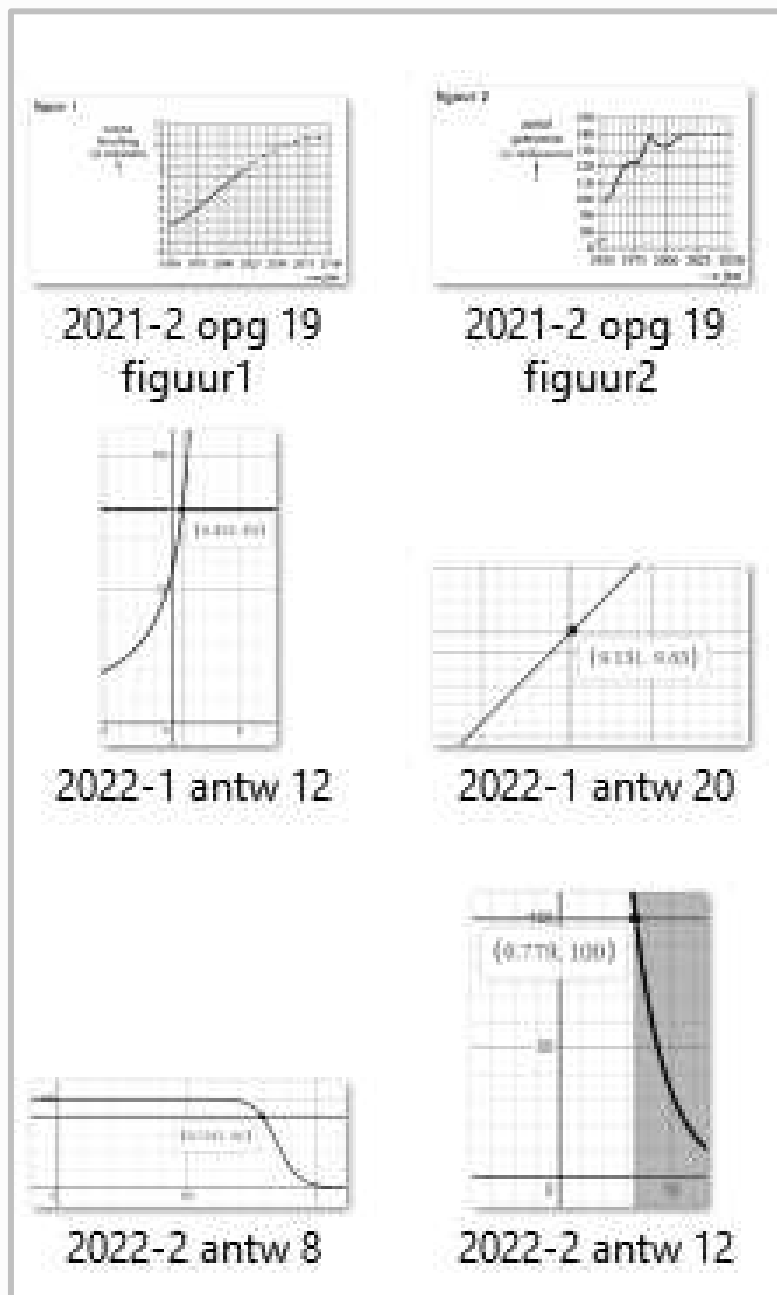


Examentraining met Desmos-tools

Wiskunde A, HAVO



Inhoudsopgave

1. Examenopgaven
2. Uitwerkingen examenopgaven met QR-codes voor Desmos-tools

Domein	Subdomein	in CE	moet in SE	mag in SE
A Vaardigheden		X	X	
B Algebra en tellen	B1: Rekenen	X		X
	B2: Algebra	X		X
	B3: Telproblemen		X	
C Verbanden	C1: Tabellen	X		X
	C2: Grafieken, vergelijkingen en ongelijkheden	X		X
	C3: Formules met één of meer variabelen	X		X
	C4: Lineaire verbanden	X		X
	C5: Exponentiële verbanden	X		X
D Verandering			X	
E Statistiek	E1: Presentaties van data interpreteren en beoordelen	X		X
	E2: Data verwerken	X		X
	E3: Data en verdelingen	X		X
	E4: Statistische uitspraken doen	X		X
	E5: Statistiek met ICT			X



Syllabus Wiskunde A HAVO

VERANTWOORDING


























Deze examenbundel bevat de examenopgaven en de uitwerkingen van het examen wiskunde A HAVO van 2018-1/ 2019-1/ 2019-2 / 2021-1/ 2021-2/ 2022-1 /2022-2. Het bijzondere hierbij is dat de uitwerkingen ondersteund worden door tools gemaakt met het programma Desmos. Dit programma is erg gebruiksvriendelijk en zeker ook geschikt om door leerlingen gebruikt te worden. Het controleren van de uitwerking kan daardoor op een interactieve manier gedaan worden.

De meest ideale leeromgeving bestaat uit deze examenbundel en een laptop met de interactieve tools. De uitwerkingen in de bundel bevatten QR-codes. Deze kun je scannen met je smartphone en via bijvoorbeeld Whatsapp doorsturen naar je laptop of de laptop van je medeleerling(en).

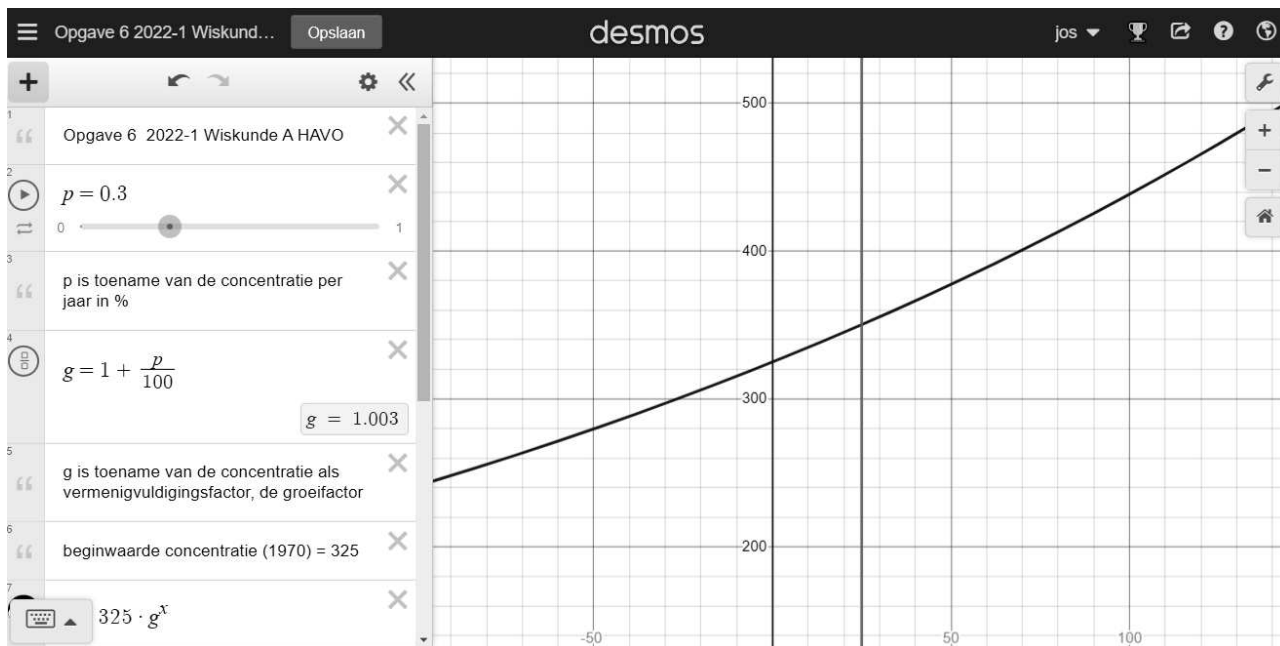
Succes met deze interactieve aanpak,

Jos Vervoort

WERKEN MET DESMOS

1	 Opgave 6 2022-1 Wiskunde A HAVO 	Regel 1 naam van de opgave
2	 $p = 0.3$  0  1 	Regel 2 Groeipercentage p %
3	 p is toename van de concentratie per jaar in % 	Regel 3 Uitleg van regel 2
4	 $g = 1 + \frac{p}{100}$  $g = 1.003$	Regel 4 Groefactor g
5	 g is toename van de concentratie als vermenigvuldigingsfactor, de groefactor 	Regel 5 Uitleg regel 4
6	 beginwaarde concentratie (1970) = 325 	Regel 6 uitleg
7	 $y = 325 \cdot g^x$ 	Regel 7 Formule voor het uitrekenen van de concentratie na x jaar.
8	 $x = 25$  0  30 	Regel 8 Stel de waarde in van x .
9	 y is concentratie na x jaar Als je uitzoomt kun je het verloop zien over een langere periode. 	Regel 9 Uitleg regel 7 en 8
10	 de waarde na 25 jaar bij een toename van 0,3 % per jaar is 350,2... 	Regel 10 Bepalen van de concentratie uit de grafiek.
11	$325 \cdot g^{25}$  $= 350.273019749$	Regel 11 Berekening van de concentratie met de formule.





Gebruik grafische rekenmachine:

De rekenmachine

Bij berekeningen kun je in veel gevallen je rekenmachine gebruiken. Je krijgt dan in het algemeen geen exacte antwoorden maar benaderingen.

Je kunt met je rekenmachine:

- grafieken plotten en tabellen maken
- de toppen van een grafiek vinden
- de snijpunten van grafieken vinden
- vergelijkingen oplossen
- de helling van een grafiek in een punt benaderen
- een hellingsgrafiek plotten

Bij gebruik van je rekenmachine geef je aan hoe je de rekenmachine hebt gebruikt. Daarbij neem je de volgende onderdelen op:

Invoer, Vensterinstelling en de gebruikte Opties.

Als in de opdracht staat: Bereken... of: Los op..., dan heb je de keuze tussen algebraïsch oplossen en oplossen met de rekenmachine.

Als in de opdracht staat : Bereken algebraïsch...of: Los exact op dan moet je het probleem met algebra oplossen. Als je een probleem exact moet oplossen, dan moet het antwoord exact zijn. Moet je een probleem algebraïsch oplossen dan mag het antwoord benaderd worden.

ONDERWERP / OPGAVENUMMER/ DOMEIN / BLZ

2018-I	Brandgevaar	1-2-3-4-5	C	9
	Referentiewaarden	6-7	E	13
	De aardbeving van l'Aquila	8-9-10	C	15
	BMR	11-12- 13-14-15	C	17
	Lunchen	16-17- 18-19-20	B / E	22
	Voetafdruk	21	C	27
2019-I	Stil asfalt	1-2-3	B / C	29
	Homeopathische middelen	4-5-6-7	B / C	32
	Examenanalyse	8-9-10- 11-12	B / E	35
	File voorkomen	13-14- 15-16-17	B / C	39
	Pasteurisatie	18-19- 20-21-22	B / C	44
	Autodiefstal	23	C	49
2019-2	Kieviten	1-2-3-4	B / C	51
	Slaaponderzoek bij de San	5-6-7-8-9	E	55
	Bandbreedte	10-11- 12-13	C	59
	Nierfunctie	14-15- 16-17-18	C	63
	Elektrisch rijden	19	B / C	67
2021-I	Visus	1-2-3-4-5	B / C	69
	Klarinet	6-7-8-9	C	72
	Voorsteekpas	10-11- 12-13	C	75
	Nibud scholierenonderzoek	14-15- 16-17-18	E	78
	Postzegels	19-20- 21-22-23	B / C	82
	Fijnstofemissie	24	C	85

2021-2	Lichaamslengte	1-2-3	C	87
	Veiligheidsmonitor	4-5-6-7	E	91
	Verdubbelingstijd geld	8-9-10-11- 12-13	B / C	95
	Online dating met wiskunde	14-15-16- 17-18	C / E	99
	Bevolkingsgroei	19-20-21	B	102
	Regenpijpen: dunne of dikke?	22	B / C	106
2022-1	De psychrometer	1-2-3-4	C	109
	CO ₂ -concentraties in de atmosfeer	5-6-7-8-9	C	114
	Snelheidsovertredingen	10-11-12- 13-14	E	117
	Motorblokken bestellen	15-16-17- 18	C	120
	Sprinten met rugwind	19-20	C	123
	AOW-uitkering	12-13-14	C	125
2022-2	Parachutespringen	1-2-3-4-5	B / C	127
	Spoedeisende ritten van ambulances	6-7-8	C / E	133
	B-papier in een enveloppe	9-10-11- 12	B / C	137
	Recordtijden van schaatssters	13-14-15- 16	B / E	140
	Slanke vleugels	17-18-19- 20	C	145
	Woningtekort	21	B / C	149

Opgaven/uitwerkingen 2018-I

		2018-I Brandgevaar C										
3p	1	<p>In de zomer kan in natuurgebieden met veel bos gemakkelijk brand ontstaan. Het risico op bosbrand wordt vooral bepaald door de temperatuur van de lucht en door de hoeveelheid vocht in de lucht. Om het risico op bosbrand goed in beeld te krijgen, wordt gebruikgemaakt van een brandgevaarindex.</p> <p>In Scandinavië gebruikt men als brandgevaarindex de Angström Index, die wordt berekend met de volgende formule:</p> $I_A = \frac{V}{20} + \frac{27-T}{10}$ <p>Hierin is I_A de Angström Index, V de relatieve luchtvochtigheid in procenten en T de temperatuur in °C. De relatieve luchtvochtigheid V geeft de hoeveelheid vocht in de lucht aan ten opzichte van de hoeveelheid vocht die de lucht maximaal kan bevatten. De relatieve luchtvochtigheid kan niet meer dan 100% zijn.</p> <p>Bereken de minimale en de maximale waarde van de Angström Index bij een temperatuur van 24 °C.</p> <p>Hoe lager de waarde van I_A, hoe groter het risico op bosbrand. In tabel 1 kun je zien hoe de waarden van I_A worden vertaald naar het risico op bosbrand.</p> <p>tabel 1</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">I_A</th> <th style="padding: 5px;">risico op bosbrand</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="padding: 5px;">4 of groter</td> <td style="padding: 5px;">zeer klein</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">van 2,5 tot 4</td> <td style="padding: 5px;">klein</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">van 2 tot 2,5</td> <td style="padding: 5px;">groot</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">kleiner dan 2</td> <td style="padding: 5px;">zeer groot</td> </tr> </tbody> </table>	I_A	risico op bosbrand	4 of groter	zeer klein	van 2,5 tot 4	klein	van 2 tot 2,5	groot	kleiner dan 2	zeer groot
I_A	risico op bosbrand											
4 of groter	zeer klein											
van 2,5 tot 4	klein											
van 2 tot 2,5	groot											
kleiner dan 2	zeer groot											
5p	2	<p>Op een bepaalde zomerdag is de relatieve luchtvochtigheid 35%. Bereken bij welke temperaturen er op deze dag sprake is van een zeer groot risico op bosbrand.</p>										
4p	3	<p>Als de temperatuur constant is, dan neemt het risico op bosbrand toe als de relatieve luchtvochtigheid afneemt. Beredeneer zonder getallenvoorbeelden dat de formule hiermee in overeenstemming is.</p>										

4p

4

Een andere index voor brandgevaar is de Chandler Burning Index I_C , die in Noord-Amerika wordt gebruikt. Deze wordt berekend met de volgende formule:

$$I_C = (216 - 2,84V + 1,12T) \cdot 0,97^V$$

Ook in deze formule is V de relatieve luchtvochtigheid in procenten en T de temperatuur in °C.

Als de relatieve luchtvochtigheid bekend is, dan is de formule van I_C te herleiden tot de vorm $I_C = a \cdot T + b$, waarbij a en b getallen zijn.

Geef deze herleiding voor het geval dat de relatieve luchtvochtigheid 43% is. Rond de waarden van a en b af op twee decimalen.

In tabel 2 kun je zien hoe de waarden van CI worden vertaald naar het risico op bosbrand.

tabel 2

I_C	risico op bosbrand
kleiner dan 50	zeer klein
van 50 tot 75	klein
van 75 tot 90	groot
90 of groter	zeer groot

De Angström Index en de Chandler Burning Index proberen beide het risico op bosbrand zo goed mogelijk weer te geven. Toch zijn er situaties waarin het risico volgens de ene index groot is en volgens de andere juist klein. Wellicht zijn er zelfs situaties waarin het risico op bosbrand volgens de Angström Index zeer groot is en volgens de Chandler Burning Index zeer klein.

Een brandgevaarexpert onderzoekt of er zo'n situatie mogelijk is bij een temperatuur van 25 °C. Bij deze temperatuur kan de Angström Index geschreven worden als

$$I_A = 0,05V + 0,2$$

De Chandler Burning Index kan bij 25 °C geschreven worden als

$$I_C = (244 - 2,84V) \cdot 0,97^V$$

De expert berekent met behulp van deze formules voor verschillende relatieve luchtvochtigheden het risico op bosbrand. 5p 5

Onderzoek of er een relatieve luchtvochtigheid mogelijk is waarbij het risico volgens de Angström Index zeer groot is en volgens de Chandler Burning Index zeer klein. Licht je antwoord toe.

5p

5

		2018-I Brandgevaar C	
3p	1	$I_A = \frac{V}{20} + \frac{27-T}{10}$ $T = 24$ <p>minimaal : $I_A = \frac{0}{20} + \frac{27-24}{10} = 0,3$</p> <p>maximaal : $I_A = \frac{100}{20} + \frac{27-24}{10} = 5,3$</p>	1 1 1
5p	2	$I_A = \frac{35}{20} + \frac{27-T}{10}$ $2 = \frac{35}{20} + \frac{27-T}{10}$ $\frac{27-T}{10} = 0,25$ $T = 24,5 (^{\circ}\text{C})$ <p><i>Als $T > 24,5 (^{\circ}\text{C})$ dan zeer groot gevaar</i></p>	1 1 1 1 1
3p	3	$I_A = \frac{V}{20} + \frac{27-T}{10}$ <p>Als V afneemt bij dezelfde T dan wordt I_A kleiner en neemt het risico toe.</p>	1 1 1
4p	4	$I_C = (216 - 2,84V + 1,12T) \cdot 0,97^V$ $V = 43$ $I_C = (216 - 2,84 \cdot 43 + 1,12T) \cdot 0,97^{43}$ $I_C = (216 - 2,84 \cdot 43 + 1,12T) \cdot 0,97^{43}$ $I_C = 93,88 \cdot 0,97^{43} + 1,12 \cdot 0,97^{43} T$ $I_C = 93,88 \cdot 0,97^{43} + 1,12 \cdot 0,97^{43} T = 25,336... + 0,302... \cdot T$ <p><i>afgerond : $I_C = 25,34 + 0,30T$</i></p>	1 1 1 1 1

5

$$I_A = 0,05V + 0,2$$

$$I_C = (244 - 2,84V) \cdot 0,97^V$$

$$\text{als } I_A = 2$$

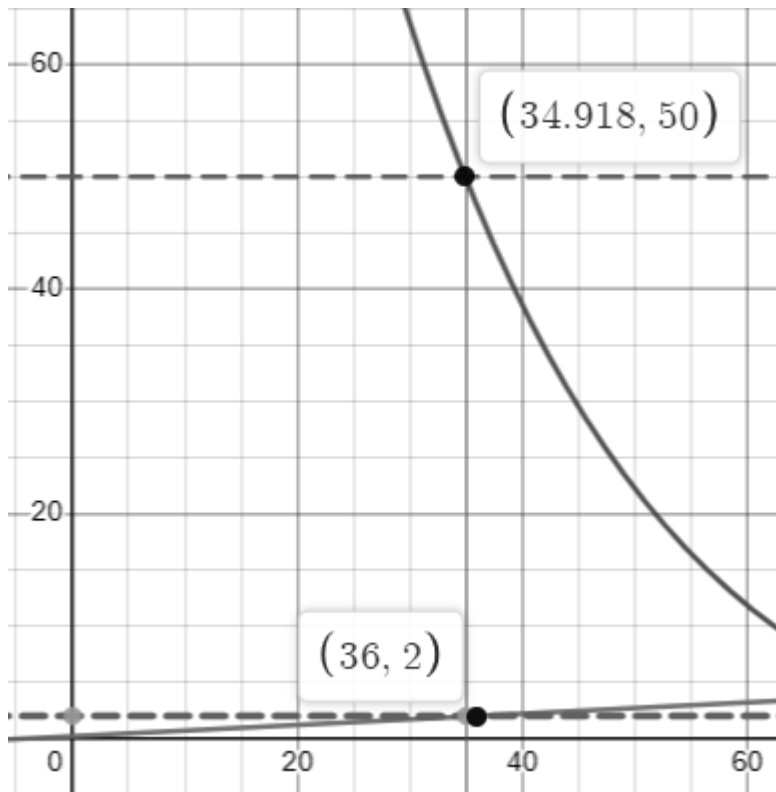
$$2 = 0,05V + 0,2 \rightarrow V = 36$$

als $V < 36$ dan zeer groot risico volgens Angstrom

$$I_C = (244 - 2,84 \cdot 35) \cdot 0,97^{35} = 49,8... < 50$$

als $V = 35$ dan $I_C < 50$ dan zeer klein risico volgens Chandler

Dus is het mogelijk dat volgens Angstrom het risico zeer groot is
en volgens Chandler het risico zeer klein is

1
1

2018-I Referentiewaarden E

Bij een bloedonderzoek worden het hemoglobinegehalte en de hoeveelheid rode bloedcellen gemeten. In de uitslag van het onderzoek staan van beide de gemeten waarden. Om deze uitslag te kunnen beoordelen, worden de gemeten waarden vergeleken met de bijbehorende **referentiewaarden**. Dit zijn de waarden zoals ze gevonden worden bij 95% van de gezonde mensen. In deze opgave bekijken we de referentiewaarden van volwassenen.

Het hemoglobinegehalte wordt uitgedrukt in millimol per liter (mmol/L) (een mol is een eenheid voor het aantal deeltjes) en de hoeveelheid rode bloedcellen in biljoenen per liter (1 biljoen = 10^{12}). We gaan ervan uit dat het hemoglobinegehalte en de hoeveelheid rode bloedcellen van gezonde mannen normaal verdeeld zijn. Dit geldt ook voor het hemoglobinegehalte en de hoeveelheid rode bloedcellen van gezonde vrouwen.

In de tabel staan de referentiewaarden van het hemoglobinegehalte en van de hoeveelheid rode bloedcellen. Deze referentiewaarden liggen symmetrisch om het gemiddelde. Zo kun je in de tabel bijvoorbeeld aflezen dat 95% van de gezonde mannen een hemoglobinegehalte heeft tussen 8,6 mmol/L en 11,0 mmol/L.

tabel

	geslacht	referentiewaarden
hemoglobine	man	8,6 – 11,0
	vrouw	7,6 – 10,0
rode bloedcellen	man	4,4 – 5,8
	vrouw	4,0 – 5,3

3p

6

Bereken de standaardafwijking van de hoeveelheid rode bloedcellen van gezonde vrouwen. Geef je antwoord in biljoenen per liter en rond af op één decimaal.

4p

7

De standaardafwijking van het hemoglobinegehalte van zowel gezonde mannen als gezonde vrouwen is 0,6 mmol/L.

Bereken met behulp van het formuleblad of het verschil tussen het hemoglobinegehalte van gezonde mannen en gezonde vrouwen gering, middelmatig of groot is.

		2018-I	Referentiewaarden	E		
3p	6	$4\sigma = 5,3 - 4$ $\sigma = \frac{1,3}{4} = 0,325$ (biljoen/liter) <i>afgerond</i> : $\sigma = \frac{1,3}{4} = 0,3$ (biljoen/liter)				1 1 1
4p	7	$E = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\frac{1}{2}(S_1 + S_2)}$ $E = \frac{9,8 - 8,8}{\frac{1}{2}(0,6 + 0,6)} = \frac{1}{0,6} = 1,6\dots$ $E > 0,8$ dus verschil is groot				1 1 1 1

		2018-I	De aardbeving van l'Aquila	C
3p	8	<p>Aardbevingen verschillen in kracht. De kracht van een aardbeving wordt meestal weergegeven op de schaal van Richter. In de nacht van 5 op 6 april 2009 werd de Italiaanse stad l'Aquila getroffen door een zware aardbeving. De avond ervoor werd er al een lichte beving gevoeld die een kracht had van 3,3 op de schaal van Richter. De zware aardbeving 's nachts, die veel schade aanrichtte, had een kracht van 6,3 op de schaal van Richter.</p> <p>Bij elke aardbeving komt energie vrij. Volgens een wetenschapper geldt de volgende vuistregel: als de kracht op de schaal van Richter met 1 toeneemt, dan is de hoeveelheid vrijgekomen energie ongeveer 30 keer zo groot.</p> <p>Er is bij de zware aardbeving 's nachts veel meer energie vrijgekomen dan bij de lichte beving van de avond daarvoor. Bereken met behulp van de vuistregel hoeveel keer zoveel energie er 's nachts vrijkwam vergeleken met de avond ervoor.</p> <p>Bij een aardbeving kan de hoeveelheid vrijgekomen energie worden berekend met de formule</p> $E = 0,06 \cdot 32^R$ <p>In deze formule is R de kracht van de aardbeving op de schaal van Richter en E de hoeveelheid vrijgekomen energie in MJ (megajoule).</p> <p>Na de zware nachtelijke aardbeving waren er nog verschillende kleine naschokken. Bij de naschok van 7 april 's avonds was de hoeveelheid energie die vrijkwam slechts 9% van de hoeveelheid energie die bij de zware nachtelijke aardbeving vrijkwam. Toch was deze naschok ook een zware schok. Bereken welke kracht deze naschok had op de schaal van Richter. Rond je antwoord af op één decimaal.</p>		
5p	9	<p>Op de uitwerkbijlage staat een assenstelsel afgebeeld, waarbij op de verticale as een logaritmische schaal is gebruikt. In dat assenstelsel kun je een grafiek tekenen waarin je de vrijgekomen energie uitzet tegen de kracht op de schaal van Richter. Deze grafiek blijkt een (rechte) lijn te zijn.</p>		
3p	10	<p>Teken deze grafiek in de figuur op de uitwerkbijlage voor bevingen met een kracht van minimaal 1 en maximaal 8 op de schaal van Richter.</p>		